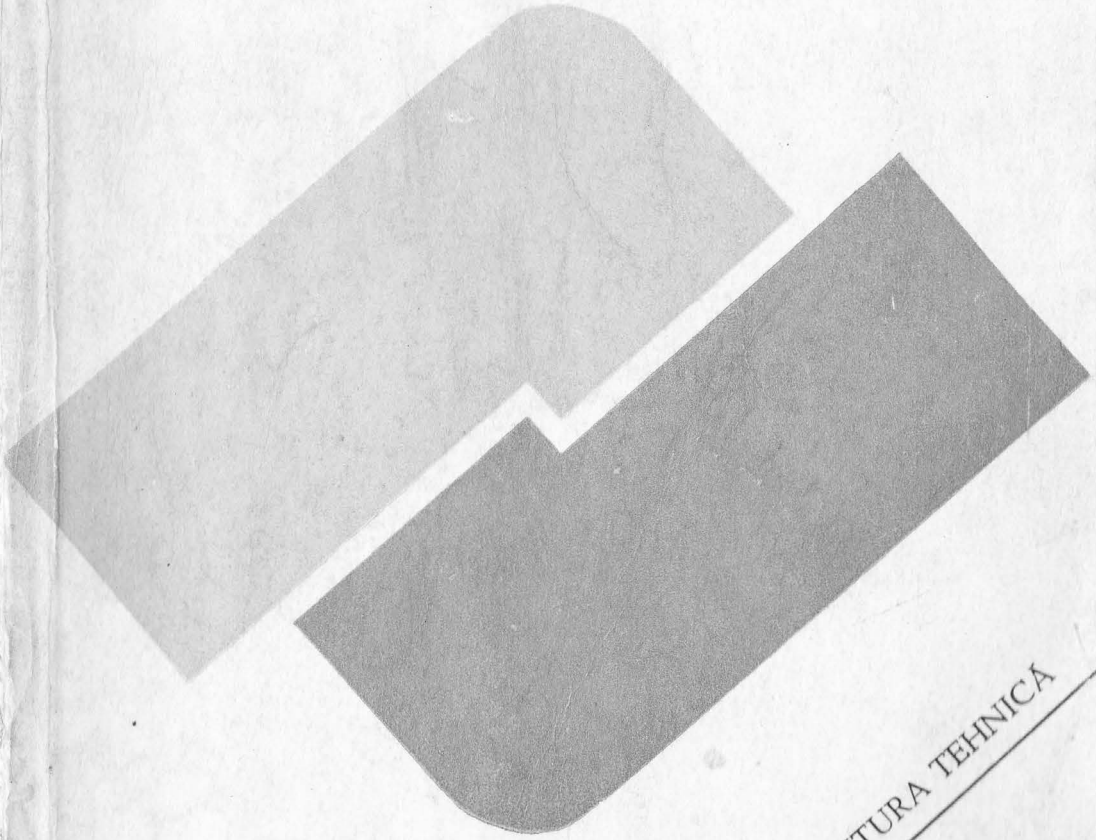
APLICAȚII INGINEREȘTI ALE MECANICII RUPERILOR

t. panã



EDITURA TEHNICĂ

Oțelurile, aliajele neferoase și numeroase alte materiale au particularitatea că, odată cu coborîrea temperaturii, își micșorează sensibil ductibilitatea la rupere. Acest fenomen a constituit cauza a numeroase distrugeri catastrofale ale construcțiilor metalice de mari dimensiuni avînd fisuri, tensiuni interne sau alte defecte de execuție. Ca urmare, la proiectarea organelor de mașini și a structurilor de rezistență, mai ales dacă acestea sînt de mari dimensiuni, trebuie să se ia în considerare posibilitatea unei catastrofe produse prin rupere fragilă, înainte ca eforturile unitare să atingă valoarea rezistenței de rupere.

Rezistența de rupere a materialului unei piese cu defecte fiind, în realitate, mult mai mică decît cea a epruvetei clasice încercate în laborator, trebuie determinată rezistența reală de rupere a unei piese în funcție de defectele existente în aceasta, în scopul proiectării unor construcții metalice care să țină seama și de cerințele de fiabilitate.

Mecanica ruperilor este o metodă inginerească care permite: determinarea eforturilor unitare în vecinătatea unei crestături, fisuri sau alt defect, necesare la dimensionări corecte; stabilirea unor limitări operative în scopul prevenirii unei ruperi brutale întîmplătoare; elaborarea unor standarde cu ajutorul cărora materialele să poată fi selecționate pentru a corespunde unei bune funcționări a structurii proiectate; perfecționarea normelor de supraveghere a structurilor de rezistență, bazate pe condițiile anterioare de serviciu sau examene defectoscopice, în scopul garantării unei fiabilități suficiente la o stare de defecte dată.

Lucrarea sintetizează principalele rezultate teoretice și experimentale obținute în ultimul deceniu în domeniul studiereii și prevenirii ruperilor brutale, constituind un îndreptar în activitatea celor care proiectează, execută și exploatează construcții metalice de mari dimensiuni, cum sînt: nave, aeronave, vehicule terestre, poduri, rezervoare, conducte magistrale, instalații din industria chimică și petrolieră, utilaje metalurgice și siderurgice etc.

Lucrarea se adresează inginerilor și tehnicienilor din institute de poriectări și cercetări sau uzine din industria construcțiilor de mașini, industria chimică, construcții de poduri etc.

Lei 9,25

PREFAȚA

În ultimele trei decenii ruperea brutală a produs numeroase distrugeri catastrofale sau avarieri grave ale construcțiilor metalice masive. Aceasta i-a făcut pe ingineri să privească cu scepticism și neîncredere atît metodele clasice de proiectare cît și încercările de perfecționare a acestora. Necunoașterea legilor după care se produce fenomenul ruperii fragile și teama de acesta a condus de multe ori la adoptarea unor măsuri greșite, care au avut un efect contrar celui așteptat. Astfel, supradimensionarea construcțiilor, mult practicată în trecut, accentuează pericolul distrugerii brutale, în loc să-l înlăture, deoarece rezistența la ruperea fragilă scade odată cu creșterea grosimii materialului.

Studiul ruperii fragile a făcut, în ultimii cinsprezece ani, progrese spectaculoase care au dus la cristalizarea unei noi discipline inginerești: mecanica ruperilor — care actualmente constituie cel mai eficace instrument de evitare și prevenire a pericolului distrugerii brutale a diferitelor piese, instalații și construcții de cele mai diverse feluri, cum sînt: recipiente, conducte, poduri, nave, avioane, rachete etc. Scopul fundamental al acestei discipline este perfecționarea metodelor de proiectare și a normelor de supraveghere și de control astfel încît să se obțină realizarea economică a construcțiilor metalice precum și exploatarea optimă a acestora în deplină siguranță de funcționare.

În condițiile actuale, cînd avîntul continuu al economiei naționale pune în fața industriei sarcina realizării unor agregate și instalații tot mai complexe și de dimensiuni din ce în ce mai mari, însușirea acestei discipline de către ingineri devine un imperativ, îndreptat în direcția traducerii în viață a sarcinii trasate de cel de-al XI-lea Congres al Partidului Comunist Român ca „... cincinalul viitor să devină cincinalul revoluției tehnico-științifice, al afirmării largi a cuceririlor celor mai avansate ale cunoașterii în toate ramurile și sectoarele industriei românești".[*)]

---

*) Nicolae Ceaușescu. Raport la cel de-al XI-lea Congres al Partidului Comunist Român. București, Editura politică, 1974, p. 51.

Prezenta lucrare a fost concepută astfel încît să servească acestui scop. Ea încearcă să-l familiarizeze pe cititor cu aspectele macroscopice ale fenomenului de rupere fragilă, înarmîndu-l cu instrumentele de calcul necesare, care să-i permită să evite sau să prevină apariția ruperilor brutale la structurile pe care le proiectează sau le exploatează. Întrucît problema ruperii fragile este foarte vastă, aspectele microscopice precum și cele metalurgice au fost tratate sumar și numai în limitele strictului necesar.

Vizînd deopotrivă atît aspectul teoretic cît și cel experimental al mecanicii ruperilor, lucrarea prezintă îndeosebi principiile și metodele acceptate de marea majoritate a cercetătorilor și verificate în practică pe parcursul ultimilor ani. Se face mențiunea că în această lucrare sînt studiate numai legile după care se produce ruperea brutală la materialele metalice. Relațiile stabilite pot fi utilizate pentru preîntîmpinarea ruperii brutale atît la oțelurile și aliajele de înaltă rezistență cît și la cele de medie rezistență.

Autorul

CUPRINS

Prefață 3
Notații 8

1. **Introducere** 9

1.1. Problema ruperii fragile și temperatura de tranziție 9
1.1.1. Fazele ruperii 10
1.1.2. Tranziția ductil-fragilă a ruperii 11
1.1.3. Temperatura de tranziție și încercările prin șoc 12
1.2. Limitele și dezavantajele metodelor de prevenire a ruperii fragile bazate exclusiv pe temperatura de tranziție 15
1.3. Obiectul și problemele mecanicii ruperilor 17

2. **Mecanica ruperii metalelor liniar-elastice** 18

2.1. Originea mecanicii ruperilor 18
2.1.1. Rezistența teoretică de rupere 18
2.1.2. Teoria lui Griffith 20
2.1.3. Teoria lui Griffith-Irwin 23
2.2. Analiza cîmpului de eforturi unitare elastice din jurul unei fisuri 28
2.2.1. Modurile de propagare a fisurilor 29
2.2.2. Eforturi unitare și deformații în vecinătatea fisurii 30
2.2.3. Forța de extensie a fisurii 36
2.2.4. Factorul de intensitate a eforturilor unitare 41
2.3. Factorul critic de intesitate a eforturilor unitare 52
2.3.1. Tenacitatea ruperii 53
2.3.2. Parametrii care influențează factorul critic de intensitate a eforturilor unitare la starea plană de deformație 54
2.3.3. Relații între tenacitatea ruperii și celelalte proprietăți mecanice 59
2.4. Particularități ale procesului de propagare a fisurii 62

3. **Mecanica ruperii metalelor elasto-plastice** 67

3.1. Limitele teoriei liniar-elastice. Corecții plastice 67
3.1.1. Metoda lui Irwin 68
3.1.2. Metoda lui Wells 71
3.2. Analiza cîmpului de eforturi unitare elasto-plastice de la vîrful fisurii 74
3.2.1. Modelul analitic al lui Dugdale și Muskhelishvili 74
3.2.2. Eforturi unitare și deplasări în zona elasto-plastică de la vîrful fisurii 77
3.3. Capacitatea de obturare a defectului 80
3.3.1. Bazele teoretice ale *C.O.D.* 81

3.3.2. Valoarea critică a *C.O.D.* la rupere 82
3.3.3. Factorii care influențează valoarea critică a *C.O.D.* la rupere 84
3.3.4. Relația dintre eforturile unitare aplicate, lungimea fisurii și *C.O.D.* în timpul deformației 86

4. **Măsurarea tenacității ruperii** 89
4.1. Principiile fundamentale ale proiectării și încercării epruvetelor 89
4.1.1. Proprietatea caracteristică a materialului 89
4.1.2. Instabilitatea fisurii 92
4.2. Calibrarea epruvetelor 93
4.3. Dimensiunile optime ale epruvetelor 95
4.4. Tipuri practice de epruvete 97
4.4.1. Dimensiunile recomandabile ale epruvetelor și cerințele corespunzătoare ale încercării 98
4.4.2. Criteriile de alegere a epruvetelor 100
4.4.3. Epruvete cu fisuri de suprafață 101
4.4.4. Epruvete Charpy prefisurate 103
4.5. Metode de măsurare a factorului critic de intensitate a eforturilor unitare 103
4.5.1. Măsurarea deplasării de deschidere a fisurii 104
4.5.2. Măsurarea potențialului electric 106
4.5.3. Măsurarea acustică 107
4.6. Pregătirea epruvetelor și a încercării 107
4.6.1. Pregătirea epruvetelor pentru încercare 108
4.6.2. Pregătirea încercării 111
4.7. Analiza și interpretarea înregistrărilor 112
4.7.1. Tipuri de înregistrări forță-deplasare 112
4.7.2. Interpretarea înregistrării forță-deplasare 113
4.8. Recomandări practice relative la tehnica măsurării tenacității ruperii 116
4.8.1. Metoda de lucru 116
4.8.2. Aparatura utilizată 116
4.8.3. Epruvetele și pregătirea lor 117
4.8.4. Efectuarea încercării 119
4.8.5. Calculul tenacității ruperii 120

5. **Măsurarea capacității de obturare a defectului** 122
5.1. Metode de măsurare a deplasării de deschidere a fisurii 122
5.1.1. Metode directe de măsurare a *C.O.D.* 122
5.1.2. Metode indirecte de măsurare a *C.O.D.* 124
5.2. Proiectarea și pregătirea epruvetelor 126
5.3. Corelația dintre valorile critice ale *C.O.D.* obținute pe epruvete solicitate la încovoiere și cele obținute pe piese reale 127
5.4. Recomandări practice privind tehnica măsurării *C.O.D.* 128
5.4.1. Metoda de încercare 128
5.4.2. Geometria epruvetei 128
5.4.3. Aparatura utilizată 129
5.4.4. Fisurarea prin oboseală a epruvetelor 130
5.4.5. Efectuarea încercării 130
5.4.6. Analiza și interpretarea rezultatelor experimentale . . . 130

6. **Prevenirea ruperilor brutale** 133
6.1. Calculul condițiilor de propagare a fisurilor 133
6.1.1. Metoda lui Boyd 133
6.1.2. Metoda lui Pellini și Puzak 135
6.1.3. Metoda studierii concentrării eforturilor unitare 143
6.1.4. Metoda factorului de solicitare 148
6.2. Apilcații inginerești ale mecanicii ruperii 151
6.2.1. Parametrii de proiectare și control utilizați la prevenirea ruperilor brutale 152
6.2.2. Evoluția defectelor spre dimensiunile critice 153
6.2.3. Exemple de aplicații practice ale mecanicii ruperilor . . . 154
6.3. Estimarea rezistenței reale de rupere a pieselor și limitarea eforturilor unitare 156
6.3.1. Selecționarea materialelor rezistente la rupere 157
6.3.2. Calculul eforturilor unitare limită de lucru 159
6.3.3. Stabilirea criteriului de limitare a eforturilor unitare . . 162
6.4. Alegerea criteriului optim de proiectare 164
6.4.1. Diagrama generală a tranziției 164
6.4.2. Diagrama de analiză a raportului 166
6.4.3. Curbele *R* 169
6.5. Restricții și precauții 173

Bibliografie 176
Anexa 1 183
Anexa 2 189

NOTAȚII

a — semilungimea fisurii;
a_1 — semilungimea fictivă a fisurii;
a_{ef} — semilungimea efectivă a fisurii;
B — grosimea epruvetei sau a plăcii;
C — complianța
$\mathcal{F}$ — funcția lui Airy;
G — modulul de elasticitate transversal;
g_0 — baza de măsură a captorului;
$\mathcal{G}$ — forța de extensie a fisurii;
$\mathcal{G}_c$ — forța critică de extensie a fisurii;
$\mathcal{G}_{Ic}$ — forța critică de extensie a fisurii la starea plană de deformație;
H — factor de etalonare;
K — factorul de intensitate a eforturilor unitare;
K_c — factorul critic de intensitate a eforturilor unitare (tenacitatea ruperii);
K_{Ic} — tenacitatea ruperii la starea plană de deformație;
K_{Iscc} — factorul critic de intensitate a eforturilor unitare la coroziunea sub sarcină;
K_v — energia absorbită la încercarea Charpy V;
L — lungimea epruvetei;
l — distanța dintre reazeme;
r_p — raza zonei plastice;
W — energia absorbită prin formarea fisurii;
W_c — energia cinetică a suprafețelor ruperii;
W_e — energia elastică eliberată;
W_E — energia elastică de deformație;
W_p — energia consumată pentru formarea zonei plastice;
w — lățimea epruvetei sau a plăcii;
Y — coeficientul de formă al fisurii;
Z — funcția lui Westergaard;
γ — energia de suprafață liberă;
δ — deplasarea de deschidere a fisurii;
δ_c — valoarea critică a deplasării de deschidere a fisurii;
σ_f — rezistența de rupere fragilă;
C.O.D — deplasarea de deschidere a fisurii;
NDT — temperatura de tranzație de pierdere a ductilității;
NRC — contracția transversală la baza fisurii.

1. INTRODUCERE

În multe domenii ale tehnicii, perfecționarea metodelor de proiectare și a tehnologiilor de fabricație a fost rezultatul experienței acumulate pe seama unor avarii intervenite în exploatare. Un exemplu elocvent îl constituie construcțiile metalice, la care cele mai mari catastrofe s-au datorat ruperilor fragile. Ruperea fragilă nu afectează numai structurile executate din oțel, ci și pe cele realizate din aliaje de aluminiu și titan.

Dacă o structură calculată după metodele convenționale astfel încît eforturile unitare medii din fiecare secțiune să fie în timpul serviciului mult sub limita de elasticitate a materialului este sediul unei ruperi, o asemenea rupere nu a putut fi precedată de deformarea plastică de ansamblu a structurii. Acest mod de rupere este, de obicei, considerat ca fiind corespunzător conceptului actual de rupere fragilă.

Evident că diminuarea substanțială a defectelor și creșterea ductilității constituie o soluție eficace a problemei ruperii fragile. Dar pentru a se obține cele mai bune condiții pentru rezistența structurilor este necesar să se evalueze toți factorii care concură la procesul de rupere. Aceasta este menirea mecanicii ruperilor — știință care studiază fenomenul ruperii în structurile avînd discontinuități fizice — care din anul 1960 a luat o mare dezvoltare.

1.1. Problema ruperii fragile și temperatura de tranziție

Ruperea fragilă a oțelurilor pentru construcție a apărut odată cu realizarea marilor structuri monolitice asamblate prin sudură. La aceste structuri, datorită continuității materialului, inițierea ruperii într-unul din elemente conduce la distrugerea aproape instantanee a întregii construcții.

Ruperea fragilă se produce ca urmare a micșorării dramatice a ductilității, odată cu coborîrea temperaturii sub o anumită valoare. Studiile efectuate în timpul celui de-al doilea război mondial au arătat că, deși pentru epruvetele netede această valoare a temperaturii este destul de coborîtă, în prezența defectelor este situată frecvent în domeniul temperaturilor de serviciu.

1.1.1. Fazele ruperii

Sub acțiunea sarcinilor aplicate, solidele se deformează elastic, plastic sau atît elastic cît și plastic. Dacă valoarea eforturilor unitare depășește valoarea forțelor interatomice de coezine, procesul de deformație ia sfîrșit prin ruperea solidului. În esență, apariția ruperii este legată de îndeplinirea a două condiții: existența unei fisuri și prezența unor eforturi unitare mai mari decît o anumită valoare critică. Această valoare critică este funcție de tipul solicitării, natura materialului și de tenacitatea acestuia la temperatura la care se aplică sarcinile.

Procesul ruperii are trei faze: inițierea, propagarea și oprirea. În literatura de specialitate, definirea acestora este adeseori confuză. De aceea, indiferent de alți autori, în prezenta lucrare se vor folosi definițiile date de W. Soete [93], întrucît acestea sînt cele mai simple.

Inițierea ruperii. Prin inițierea ruperii se înțelege trecerea unei fisuri din stare statică în stare dinamică. Această trecere poate fi lentă și progresivă, ducînd la o rupere ductilă, sau brutală, în care caz ruperea este fragilă. Indiferent dacă ruperea este ductilă sau fragilă, fisura care o generează apare ca urmare a deformațiilor plastice care preced ruperea [22]. Aceasta este rezultatul parcurgerii a două etape importante: apariția microfisurilor ca urmare a procesului de deformare plastică și evoluarea și transformarea acestora în macrofisuri, adică în amorse de rupere [37].

Propagarea ruperii. Propagarea ruperii se poate desfășura ductil sau fragil. În general, modul de propagare a ruperii este funcție de ordinea în care sînt îndeplinite cele două condiții necesare pentru producerea ruperii: condiția de apariție a fisurilor și condiția de propagare a acestora. Dacă condiția de apariție a fisurilor este îndeplinită înaintea celei de propagare, avansarea ruperii se produce lent și progresiv, adică ductil. Dimpotrivă, cînd condiția de propagare a fisurii este îndeplinită înaintea condiției de apariție a acesteia, propagarea ruperii se face fragil. În acest caz, prima microfisură care apare conduce direct la rupere, în piesa ruptă neputîndu-se observa nici o altă microfisură.

Oprirea ruperii. Fenomenul de trecere a unei ruperi ductile sau fragile din stare dinamică în stare statică este denumit oprirea ruperii. În anumite condiții, cum ar fi de exemplu existența unor cîmpuri de eforturi unitare de compresiune, chiar și fisura cu propagarea cea mai rapidă poate fi oprită sau cel puțin încetinită. Aceasta arată că există un mecanism de oprire a fisurii în curs de propagare, din studierea căruia pot rezulta mijloacele de împiedicare a distrugerilor catastrofale ale structurilor la care a existat posibilitatea inițierii ruperii.

1.1.2. Tranziția ductil-fragilă a ruperii

Comportarea generală a materialelor sub acțiunea sarcinilor poate fi ductilă sau fragilă, în funcție de capacitatea acestora de a se deforma. Ductilitatea este o necesitate din punct de vedere tehnic, deoarece permite materialului, prin deformare plastică locală, să redistribuie vîrfurile de eforturi unitare. În cazul materialelor fragile, neexistînd această posibilitate, în punctele cu concentrări de eforturi unitare se formează fisuri, care se extind rapid în toată secțiunea piesei, producînd ruperea brutală a acesteia. Ductilitatea nu este o proprietate absolută a unui material, ci depinde de temperatură, felul solicitării, viteza de aplicare a sarcinilor și intensitatea concentrărilor de eforturi unitare. Experimental se constată că, în general, ductilitatea scade progresiv cu coborîrea temperaturii, dar această constatare nu este valabilă la toate materialele și pentru orice domeniu de temperaturi. La majoritatea mărcilor de oțel se observă o scădere bruscă și severă a ductilității, care se produce pe un domeniu de temperaturi destul de îngust. Numit tranziție ductil-fragilă a ruperii, acest fenomen este explicat prin modul diferit în care se modifică limita de curgere și rezistența de rupere [22], atunci cînd variază temperatura. În principiu, valorile relative ale acestor doi parametri determină natura ductilă sau fragilă a ruperii. Astfel, dacă limita de curgere se atinge înaintea rezistenței de rupere, ruperea are o comportare ductilă, în timp ce în cazul contrar, are o comportare fragilă. Rezultă că temperatura la care limita de curgere devine egală cu rezistența de rupere, corespunde unei instabilități în modul de comportare a ruperii; aceasta se numește temperatură de tranziție. Cercetările experimentale au arătat că modul de variație cu temperatura al rezistenței de rupere și temperatura de tranziție sînt influențate de existența și intensitatea concentratorilor de eforturi unitare (acestea nu au însă aproape nici o influență asupra limitei de curgere). Așa se explică faptul că, în timp ce la epruveta fără crestătură solicitată la întindere tranziția

are loc la temperaturi destul de coborîte, la epruveta cu crestătură temperatura de tranziție este apropiată de cea normală. De aceea, pentru ca limitarea eforturilor unitare active să depindă exclusiv de criteriul ruperii ductile, practica inginerească solicită ca piesele să fie executate din materiale avînd temperatura de tranziție cît mai coborîtă în raport cu temperatura de serviciu cea mai joasă, să conțină cît mai puțini concentratori de eforturi unitare și să fie cît mai lipsite de defecte interne. Acesta a condus la realizarea unor materiale cu temperaturi de tranziție din ce în ce mai coborîte. Astfel au fost obținute oțeluri austenitice de mare rezistență care nu au temperatură de tranziție precum și oțeluri feritice cu conținut foarte mare de nichel (9—11%), care au rupere ductilă pînă aproape de zero absolut.

1.1.3. Temperatura de tranziție și încercările prin șoc

Existența unei dependențe precise între energia de deformație absorbită și ductilitate a condus la utilizarea încercărilor la șoc în scopul aprecierii modului de comportare al materialului. Acest tip de încercare permite sesizarea cu exactitate a diferențelor de comportare, care nu pot fi puse în evidență pe baza încercării la tracțiune.

Cînd încercarea la șoc este efectuată de-a lungul unui domeniu larg de temperaturi, se poate constata că energia absorbită prin ruperea epruvetei scade cu temperatura, prezentînd un salt în zona în care are loc tranziția ductil-fragilă a ruperii (fig. 1.1). Înălțimea saltului și domeniul de temperaturi în care acesta este cuprins depinde de compoziția chimică a materialului, de dimensiunile grăunților acestuia și de tratamentele termice la care a fost supus. Alura generală a curbei energie absorbită — temperatură este funcție de forma și dimensiunile epruvetei și a concentratorului, precum și de tipul încărcării.

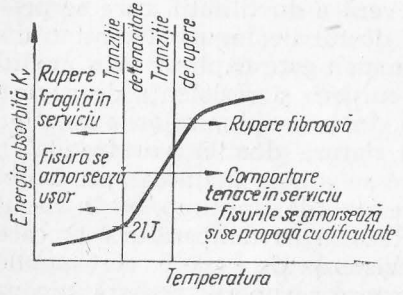


Fig. 1.1

Pentru experimentările legate de ruperea fragilă a metalelor au fost utilizate un număr mare de tipuri de epruvete cu crestătură,

dintre care epruvetele de tip Charpy V au căpătat răspîndirea cea mai largă, fiind actualmente standardizate în numeroase țări.

Faptul că energia absorbită de epruvetă în zona tranziției ductil-fragile nu scade brusc, ci variază după o curbă, care se întinde pe un domeniu de temperaturi destul de larg, conduce la imposibilitatea definirii cu precizie a temperaturii de tranziție. În scopul evitării acestui dezavantaj, definirea temperaturii de tranziție se face prin adoptarea unor criterii care, de obicei, se bazează pe corelarea acesteia cu comportarea în serviciu a materialului încercat. Prin aceasta se admite apriori o doză de arbitrar în conceptul temperaturii de tranziție, care este întrucîtva calitativ, mai ales dacă se ține seama că există multe metode de măsurare, care deseori nu duc toate la același rezultat.

Drept criteriu de definire a temperaturii de tranziție se poate folosi valoarea energiei absorbite, aspectul suprafeței de rupere (procentul suprafeței de rupere cu structură fibroasă) sau valoarea contracției transversale măsurate la baza concentratorului, în funcție de condițiile impuse de utilizarea în deplină siguranță a structurii proiectate. Atît pentru scopurile proiectării, cît și ca ghid în studiile metalurgice, din anul 1952 a fost acceptat, drept criteriu de definire a temperaturii de tranziție pentru epruvetele Charpy V, valoarea energiei absorbite de 21 J.

Cercetările statistice efectuate pe epruvete Charpy executate din plăci tăiate din corpurile navelor avariate prin rupere fragilă au arătat că temperatura de tranziție descrește în sensul parcurgerii celor trei faze ale ruperii: inițierea, propagarea și oprirea, evidențiind în acest mod creșterea ductilității. Astfel, un element al unei structuri, în condiții de sarcină și temperatură constante poate pune în evidență numai una din fazele ruperii, în funcție de proprietățile materialului din care este executat. Oprirea ruperii, inițierea ei în altă parte sau propagare cu o viteză caracteristică pentru un mediu ambiant dat pot fi așteptate în materialul a cărui temperatură de tranziție este sub temperatura de serviciu.

Pe baza corelației dintre proprietățile materialului și comportarea în serviciu a plăcilor de oțel ale navelor avariate, experiențele au condus la definirea unor eforturi unitare caracteristice, în funcție de cele trei faze ale ruperii.

Eforturile unitare necesare pentru inițierea ruperii brutale depind în mare măsură de temperatură [17]; acestea sînt funcție și de existența unor defecte acute și descresc o dată cu creșterea dimensiunilor acestora. Eforturile unitare necesare exclusiv pentru propagarea continuă a ruperii rapide, inițiate artificial (de exemplu

printr-un șoc local), depind de temperatura piesei în mai mică măsură decît cele necesare inițierii, dar în mod obligatoriu aceasta trebuie să fie sub temperatura de tranziție. Virtual, eforturile unitare de propagare sînt independente de dimensiunile defectelor, cu condiția ca acestea să fie suficient de mari pentru a putea declanșa ruperea. La un material dat și la o valoare dată a temperaturii, cele mai mici eforturi unitare necesare pentru propagarea fisurii sînt superioare celor pentru care aceasta se oprește (fig. 1.2). Diferența dintre eforturile unitare necesare propagării și opririi ruperii crește cu temperatura pînă în zona temperaturii de tranziție, după care scade rapid pînă cînd cele două curbe se confundă. Aceste rezultate conduc la concluzia că, pentru evitarea ruperii fragile, la temperaturi mai mici decît cea de tranziție eforturile unitare trebuie limitate.

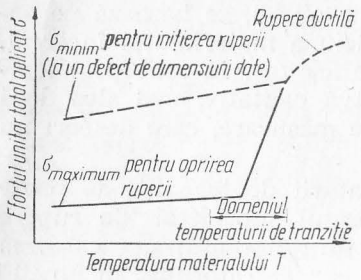


Fig. 1.2

Studiile efectuate după anul 1953 au demonstrat că criteriul de definire a temperaturii de tranziție nu poate fi menținut invariant pentru toate materialele, indiferent de compoziție, tratamente termice, mod de rupere etc., fără a se face erori importante. Pe de altă parte, adoptarea unor criterii diferite de definire a temperaturii de tranziție, funcție de tipul materialului, complică foarte mult utilizarea rezultatelor încercării Charpy V în practică, tocmai datorită existenței unei mari varietăți de familii de materiale.

Ca urmare a cercetărilor privind ruperea fragilă a navelor, încă în perioada 1940—1950 au apărut noi tipuri de încercări în vederea determinării temperaturii de tranziție. Cele mai semnificative sînt: încercarea „drop-weight" și încercarea Robertson [80, 81].

Încercarea „drop-weight" permite determinarea unei temperaturi semnificative definite prin observarea desfășurării ruperii. Încercarea impune condiții severe, prin utilizarea unor epruvete de dimensiuni mari conținînd defecte artificiale executate într-un cordon de sudură și prin aplicarea unor eforturi unitare de valori mari, obținute prin căderea unei greutăți. Încercarea este, în esență, o examinare a propagării ruperii și servește la determinarea cu precizie și în bune condiții de reproductibilitate a unei temperaturi sub care ruperea fragilă se poate iniția. Această temperatură, numită temperatură de tranziție de pierdere a ductilității (*NDT*)*, se află în domeniul de tranziție determinat prin încercarea Charpy [22].

Încercarea Robertson [86] servește la studierea opririi ruperii. Pentru fiecare valoare a tensiunii aplicate epruvetei, această încercare dă valoarea temperaturii de oprire a ruperii, adică o temperatură sub care ruperea se propagă și deasupra căreia se oprește. Din studiul diagramei care dă variația temperaturii de oprire a ruperii [81], rezultă că la temperaturile inferioare domeniului de tranziție, eforturile unitare la care se produce propagarea și oprirea ruperii, practic, nu variază cu temperatura. Deci, indiferent de valoarea temperaturii de serviciu, dacă aceasta este situată sub temperatura de tranziție, prevenirea ruperii în structuri se poate face limitînd eforturile unitare la o singură valoare precis determinată.

O serie de studii de mare amploare au permis stabilirea unei relații între încercările „drop-weight" și Robertson [26], pe baza căreia a fost fundamentată binecunoscuta metodă de analiză a pericolului ruperii fragile elaborată de Pellini și Puzak [81]. Rezultatele încercărilor „drop-weight" și Robertson pot fi de asemenea corelate cu rezultatele încercării Charpy [5], [20], care de fapt prezintă numai două avantaje: este standardizată pe scară internațională și este simplu de efectuat, întrucît nu necesită nici instalații deosebite, nici epruvete de mari dimensiuni.

1.2. Limitele și dezavantajele metodelor de prevenire a ruperii fragile bazate exclusiv pe temperatura de tranziție

Dezavantajele utilizării temperaturii de tranziție drept unic parametru pentru evaluarea pericolului de rupere fragilă sînt generate de aspectul pur calitativ al acestui parametru. Acesta poate servi la prevenirea ruperii brutale, dar nu furnizează elemente care să permită prognoza condițiilor de rupere. Incertitudinea metodei este reflectată de faptul că siguranța în funcționare poate fi crescută proporțional cu creșterea temperaturii de serviciu, ori prin alegerea unui material cu temperatură de tranziție scăzută. Ar fi preferabil să se știe, pentru condiții de lucru date, cît de mari sînt eforturile unitare de rupere comparativ cu cele existente în piesă.

La metoda temperaturii de tranziție, siguranța în funcționare poate fi măsurată prin diferența dintre temperatura de serviciu la

* Nil Ductility Transition Temperature.

care se atinge efortul unitar maxim admis și temperatura la care propagarea ruperii fragile poate avea loc sub acțiunea acestui efort. Dar, pentru determinarea acestor temperaturi trebuie stabilită o corelație între studiile de propagare a fisurii și cele consacrate determinării temperaturii de tranziție, deoarece datele obținute din încercările de încovoiere prin șoc stabilesc numai domeniul de aplicabilitate a restricțiilor pentru ruperea fragilă, nu și aceste restricții. Încercările Charpy au fost unanim acceptate ca o indicație asupra comportării în serviciu pentru două motive. În primul rînd, ruperea fragilă nu se produce decît dacă temperatura de serviciu se află în domeniul de reducere a energiei absorbite, iar în al doilea rînd, condițiile impuse epruvetelor Charpy, exceptînd efectul dimensiunilor, sînt mai severe la temperatura de serviciu decît cele impuse pieselor reale. Pentru acest motiv, la aceeași grosime de material, dacă epruveta Charpy prezintă tenacitate și piesa va fi tenace.

Din punctul de vedere al proiectării, dezavantajele metodei temperaturii de tranziție rezultă din presupunerea că ruperea în serviciu se poate corela cu comportarea crestăturii la șoc. Severitatea condițiilor impuse epruvetelor Charpy fiind în general mult mai mare decît cea impusă pieselor în serviciu, metoda temperaturii de tranziție furnizează o evaluare neeconomică a comportării la rupere.

Metoda temperaturii de tranziție furnizează o temperatură caracteristică sub care eforturile unitare trebuie limitate. Această limitare este însă efectivă numai dacă materialul se află în stare ductilă la temperaturile superioare temperaturii de tranziție, ceea ce nu este totdeauna posibil. De exemplu, se poate demonstra experimental că, în prezența unor defecte importante, la temperaturi superioare celei de tranziție materialele nu au o tenacitate suficientă pentru a rezista ruperii brutale nici în cazul în care eforturile unitare aplicate sînt foarte mici în comparație cu limita de curgere. Astfel se explică ruperile fragile care se produc la temperaturi superioare temperaturii de tranziție determinate prin încercarea Charpy, ca rezultat al proiectării necorespunzătoare a concentratorilor de eforturi unitare și a tratamentelor termice incorecte.

Necesitatea elaborării unor restricții care să asigure economic structurile împotriva ruperii fragile a condus la perfecționarea conceptului temperaturii de tranziție, pe baza corelării acestui parametru cu dimensiunile defectelor existente în material. Astfel s-a ajuns la definirea factorului de intensitate a eforturilor unitare ca parametru semnificativ din punct de vedere inginerese — mărime fundamentală a mecanicii ruperilor.

1.3. Obiectul și problemele mecanicii ruperilor

Mecanica ruperilor este o știință interdisciplinară din cadrul disciplinelor mecanicii mediilor continue care, studiind fenomenul ruperii în structurile metalice cu discontinuități fizice, urmărește să fundamenteze — teoretic și experimental — metodele de evaluare a capacității reale de încărcare a structurilor, ținînd seama atît de aceste discontinuități, cît și de modul specific de comportare mecanică al materialului, în funcție de dimensiunile pieselor și de caracteristicile regimului de exploatare [61].

Avînd ca scop principal stabilirea unor relații între eforturile unitare și factorii geometrici, mecanica ruperilor înlocuiește caracteristicile tradiționale de proiectare (rezistența de rupere, reziliența etc.) prin noi mărimi fizice care definesc în mod univoc rezistența materialelor. Aceste noi mărimi (factorul critic de intensitate a eforturilor unitare și deplasarea critică de deschidere a fisurii) sînt stabilite pe baza unei strînse îmbinări a numeroase cunoștințe din mecanica solidului, teoria elasticității, teoria plasticității, metalurgia mecanică și rezistența materialelor. Fiind riguros corespondente stării de eforturi unitare și de deformație produse de solicitarea materialului, acestea pot fi folosite la preconizarea unor noi criterii tehnico-economice de dimensionare în locul dimensionării clasice de rezistență.

Aspectul teoretic al mecanicii ruperilor — care vizează stabilirea ecuațiilor sale fundamentale, obținute prin idealizarea fenomenului cercetat — este completat de cel experimental care urmărește: măsurarea noilor mărimi fizice introduse; studiul corelației dintre acestea și geometria sistemului de defecte care afectează ductilitatea ruperii; verificarea relațiilor obținute pe cale teoretică.

Utilizînd rezultatele teoretice și experimentale, mecanica ruperilor are un profund caracter aplicativ [105]:

a) stabilirea unor limitări operative în scopul prevenirii unei ruperi brutale întîmplătoare; b) conceperea unor standarde cu ajutorul cărora materialele să poată fi selecționate pentru a corespunde unei bune funcționări a structurii proiectate; c) perfecționarea normelor de supraveghere a structurilor, bazate pe condițiile anterioare de serviciu și pe relațiile dintre acestea și principiile mecanicii ruperilor, în scopul garantării unei ductilități suficiente la o stare de defecte dată.

2. MECANICA RUPERII METALELOR LINIAR-ELASTICE

2.1. Originea mecanicii ruperilor

Teoriile de rupere presupun că starea de eforturi unitare din corpul studiat este omogenă. Evident că o asemenea stare de eforturi apare rareori în practică și că toate fenomenele de rupere își găsesc originea în regiunile cu discontinuități fizice care comportă alte condiții decît cele din restul construcției. Discontinuitățile fizice sînt creeate foarte adesea de defectele de material sau de greșelile de concepție. Deoarece securitatea globală a unei structuri este complet determinată de comportarea zonelor sale critice, discontinuitățile locale trebuie să fie studiate în mod deosebit, dacă se dorește să se cunoască cu precizie capacitatea portantă a construcției.

Modelul cel mai simplu al unei discontinuități fizice este fisura. Sub efectul sarcinilor, al oboselii sau al coroziunii, fisurile evoluează, producînd distrugerea structurii. O fisură este critică dacă este orientată perpendicular pe direcția celui mai mare efort unitar principal al cîmpului de eforturi unitare și dacă distribuția acestora asigură condițiile necesare pentru propagarea ei.

În cele ce urmează se examinează modul de propagare al unei fisuri de dimensiuni date, care se află într-un cîmp de eforturi unitare cunoscute, precum și condițiile care fac posibilă propagarea acesteia.

2.1.1. Rezistența teoretică la rupere

În fig. 2.1 se reprezintă graficul forțelor de atracție dintre atomi în funcție de distanța dintre ei, începînd cu distanța interatomică a_0 a cristalului nedeformat și pînă la separarea completă a celor doi atomi [87]. Dacă se consideră că procesul ruperii este rezultatul

interacțiunii plane dintre atomi iar curba din fig. 2.1 se asimilează cu o sinusoidă avînd lungimea de undă λ, se poate estima rezistența teoretică de rupere. Presupunînd că rezistența maximă σ_t corespunde deplasării $\frac{\lambda}{4}$, la o mărire a distanței interatomice cu deplasarea u corespunde o forță de atracție

$$\sigma = \sigma_t \sin \frac{2\pi u}{\lambda}. \tag{2.1}$$

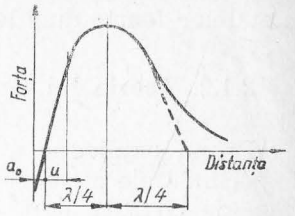


Fig. 2.1

Întrucît argumentul sinusoidei este mic, această relație se mai poate scrie:

$$\sigma = \sigma_t \frac{2\pi u}{\lambda}. \tag{2.2}$$

La valori mici ale lui u, fiind valabilă legea lui Hooke, forța de atracție dintre atomi poate fi exprimată de relația

$$\sigma = E \frac{u}{a_0}, \tag{2.3}$$

unde E reprezintă modulul de elasticitate longitudinal.

Din egalarea relațiilor (2.2) și (2.3) rezultă

$$\sigma_t = \frac{\lambda E}{2\pi a_0}. \tag{2.4}$$

Procesul ruperii implică producerea a două noi suprafețe care necesită introducerea unei energii 2γ, unde γ este energia pe unitatea de suprafață. Această energie este egală cu aria de sub curba din fig. 2.1:

$$2\gamma = \int_0^{\frac{\lambda}{2}} \sigma \, du = \int_0^{\frac{\lambda}{2}} \sigma_t \sin\left(\frac{2\pi u}{\lambda}\right) du = \frac{\lambda \sigma_t}{\pi}$$

sau

$$\sigma_t = \frac{2\pi\gamma}{\lambda}. \tag{2.5}$$

Înmulțind între ele relațiile (2.4) și (2.5) și eliminînd λ, rezultă

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{E\gamma}{a_0}}. \tag{2.6}$$

Măsurarea constantelor E, γ și a_0 a permis să se calculeze valoa-

rea rezistenței teoretice de rupere care, pentru diverse materiale, este cuprinsă în intervalul dintre $\frac{E}{100}$ și $\frac{E}{1\,000}$. Valorile superioare sînt caracteristice oțelurilor de înaltă rezistență iar cele inferioare — metalelor foarte ductile.

2.1.2. **Teoria lui Griffith**

Prima explicație a discrepanței dintre valorile teoretice și cele experimentale ale rezistenței de rupere a materialelor fragile a fost dată de Griffith [40]. Studiind experimental rezistența fibrelor de sticlă, el a observat că imediat după tragere, rezistența de rupere a acestora se apropie de valoarea teoretică, iar apoi descrește în timp, pe măsură ce stau în aer. Griffith postulează că scăderea rezistenței de rupere a sticlei este rezultatul dezvoltării unor fisuri care, producînd concentrarea eforturilor unitare, conduc la apariția unor eforturi unitare locale mai mari decît rezistența teoretică de rupere. Analizînd soluția obținută de Inglis [44], pentru distribuția de eforturi unitare de la vîrful unei fisuri eliptice, el observă că o fisură infinită nu poate reduce la zero eforturile unitare existente în solid, deoarece extensia fisurii implică introducerea unei energii superficiale pe suprafețele libere produse de rupere. În consecință, propune drept criteriu pentru extensia fisurii preexistente, egalitatea dintre variația de energie a cîmpului de eforturi unitare elastice și energia superficială a suprafețelor libere creeate prin avansarea acesteia.

Considerînd o placă subțire solicitată la întindere monoaxială de eforturile unitare normale σ, care are o fisură centrală de lungime $2a$ și presupunînd că sînt îndeplinite condițiile stării plane de eforturi unitare, energia elastică de deformație, pe unitatea de grosime de placă, eliberată prin crearea fisurii este:

$$W_e = -\frac{\pi a^2 \sigma^2}{E}.$$

Energia superficială a suprafețelor creeate este $W_s = 4a\gamma$, unde γ este energia superficială specifică, iar factorul 4 se datorește faptului că, prin avansarea fisurii, la fiecare vîrf al acesteia se produc cîte două suprafețe noi. Variația de energie potențială datorită introducerii fisurii este $\Delta W = W_e + W_s$. Însă, conform criteriului lui Griffith, extinderea fisurii sub acțiunea eforturilor unitare σ necesită creșterea energiei de suprafață care este echilibrată de micșorarea energiei elastice de deformație. În consecință,

$$\frac{d(\Delta W)}{da} = \frac{d}{da}\left(4a\gamma - \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E}\right) = 0,$$

de unde rezultă

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi a}}, \tag{2.7}$$

σ_f fiind cea mai mică valoare a efortului unitar normal care este capabil să propage fisura.

În cazul stării plane de deformație,

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi(1-\mu)a}}, \tag{2.8}$$

unde μ reprezintă coeficientul lui Poisson.

Rezultă că, pentru o dimensiune dată a fisurii, există o anumită valoare a efortului unitar sub care fisura nu se propagă și deasupra căreia aceasta se propagă brutal.

Deși cercetările ulterioare au arătat că ecuația lui Griffith poate fi îmbunătățită, rezultatele acestora au condus exclusiv la modificarea constantelor, forma generală a ecuației rămînînd aceeași:

$$\sigma_f^2 a = const. \tag{2.9}$$

Într-o examinare detaliată a ecuației (2.9), Orowan [76] arată că fluctuațiile termice de la nivelul atomic nu pot da creșteri însemnate ale energiei necesare pentru propagarea fisurii și deci condiția pusă de Griffith este atît necesară, cît și suficientă pentru determinarea efortului unitar de rupere la un material perfect fragil.

Pe baza criteriului propus de Griffith se poate afirma că dacă energia elastică eliberată în material depășește cu mult energia consumată prin propagarea fisurii, extensia acesteia se face rapid. Odată ajuns în acest stadiu, procesul de rupere se desfășoară independent de energia introdusă în construcție de sursele exterioare. Bilanțul energetic al acestui proces cuprinde patru termeni, și anume: energia elastică de deformație, energia superficială a suprafețelor create prin rupere, energia plastică de deformație și energia cinetică.

Originea energiei elastice eliberate poate fi explicată cu ajutorul fig. 2.2. Simultan cu extinderea fisurii, ca urmare a deplasărilor produse de aceasta, are loc modificarea valorilor locale ale eforturilor unitare normale perpendiculare pe planul fisurii, care sînt

funcție de distanța măsurată de la vîrful ei. Astfel, dacă se consideră la vîrful fisurii un element de volum de dimensiuni δa, dy și dz, z fiind coordonata perpendiculară pe planul fig. 2.2, ca urmare a extensiei fisurii cu cantitatea δa, materialul dintr-un punct oarecare, situat în volumul $\delta a dy dz$, se descarcă de la valoarea efortului unitar σ_y, dată de ordonata curbei eforturilor unitare lastice, pînă la zero. Această descreștere a eforturilor unitare locale conduce la eliberarea energiei elastice δW_e, care este integrala variației de energie luată pentru întregul volum de material care suportă procesul ruperii și care, pe toată durata propagării, este presupusă a fi suficient de mare pentru ca procesul să continue fără ajutor din exterior.

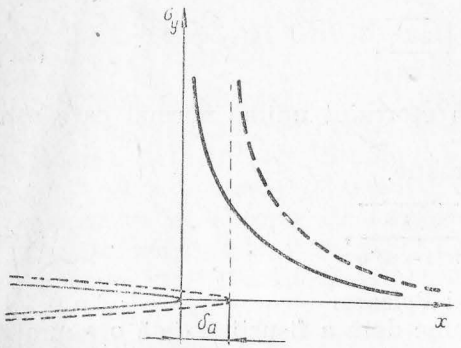


Fig. 2.2

În decursul extensiei fisurii, materialul absoarbe energie în trei moduri distincte, cărora le corespund ceilalți trei termeni ai bilanțului energetic, amintiți mai sus.

Crearea noilor suprafețe necesită introducerea unei energii egale cu energia de suprafață liberă. Termenul $\delta\gamma$ va desemna energia consumată pentru crearea energiei superficiale pe unitatea de arie a celor două suprafețe produse prin extensia fisurii.

La materialele care nu se comportă perfect fragil, ruperea este însoțită de deformații plastice ireversibile, pentru producerea cărora se consumă o energie δW_p, echivalentă cu variația lucrului mecanic dată de deformația plastică la creșterea extensiei fisurii.

Propagarea fisurii implică un consum de energie pentru creșterea energiei cinetice a particulelor de material. Procesul ruperii pune în mișcare cele două flancuri ale planului de rupere care inițial erau în repaus. Creșterea energiei cinetice a particulelor de material de pe fiecare flanc, care își măresc viteza de la zero la valoarea avută după creșterea fisurii cu cantitatea δa, se notează cu δW_c.

Presupunînd că sistemul se află în stare de echilibru cînd energia sa liberă este minimă, condiția de propagare nelimitată a fisurii este

$$\delta W_e = \delta\gamma + \delta W_p + \delta W_c. \tag{2.10}$$

Griffith a folosit criteriul bilanțului energetic sub o formă simplificată. Studiind sticla — care la temperatura camerei este un material perfect fragil — și considerînd condițiile existente în epruveta aflată la punctul de instabilitate cu o clipă înaintea începerii propagării, el a putut neglija atît energia de deformație plastică cît și pe cea cinetică. În acest caz criteriul general de instabilitate (2.10) se scrie astfel:

$$\delta W_e \geqslant \delta\gamma. \tag{2.11}$$

Sub forma sa inițială, teoria lui Griffith este în dezacord cu rezultatele experimentale, pentru cele mai multe materiale (înafară de cele perfect fragile). Pentru metale, de exemplu, calculul energiei superficiale conduce la valori de trei patru ori mai mari decît cele măsurate. Perfecționările aduse acestei teorii de către Irwin și Orowan au făcut ca aceasta să capete o largă aplicare practică.

2.1.3. Teoria lui Griffith-Irwin

Modificările aduse ecuației lui Griffith de către Orowan și Irwin. Modificările aduse ecuației lui Griffith de către Orowan și Irwin provin din luarea în considerare a eforturilor unitare de la vîrful rotunjit al unei fisuri de lungime $2a$, situată într-o placă solicitată la întindere monoaxială de eforturile unitare normale σ.

Distribuția de eforturi din jurul unei fisuri eliptice, situată într-un cîmp uniform, prezintă la vîrful acesteia o valoare maximă dată de relația [44]

$$\sigma_{max} = 2\,\sigma\sqrt{\frac{a}{\rho}},$$

unde ρ este raza de curbură a vîrfului fisurii.

Presupunînd că această rază este egală cu distanța interatomică a_0,

$$\sigma_{max} = 2\,\sigma\sqrt{\frac{a}{a_0}}. \tag{2.12}$$

În cazul în care această valoare este egală cu rezistența teoretică de rupere dată de relația (2.6), se obține

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{E\gamma}{4a}} \tag{2.13}$$

Această relație dă valoarea efortului unitar din placă σ la care se produce extensia unei fisuri ascuțite, la dimensiunile distanței interatomice. Deși este dedusă pe alte principii, relația (2.13) este similară relației (2.7). Atît analiza lui Griffith, făcută pe criteriul

bilanțului energetic, cît și aceea a lui Orowan, bazată pe concentrarea eforturilor unitare, dau rezultate cantitative similare, care concordă satisfăcător cu valorile rezistențelor de rupere măsurate la solide fragile (sticlă, silicați), ce conțin defecte avînd lungimi cuprinse între 1 μm și 0,1 μm. Încercările de a extinde teoria lui Griffith-Orowan la metale nu au avut succes deoarece discrepanța dintre teorie și experiență devine neglijabilă numai pentru defecte cu lungimi mai mari de un centimetru. Defecte de asemenea dimensiuni însă nu se întîlnesc în practică. În plus, folosind valorile măsurate ale energiei superficiale, relația lui Griffith dă valori mai mici pentru rezistența de rupere decît cele măsurate.

Cele două constatări de mare importanță care au rezolvat dificultățile teoriei lui Griffith sînt următoarele:

a. Fisurile pot fi inițiate în epruvetele netede prin procese total diferite de acelea care determină creșterea fisurii. Aceasta implică existența a două etape în procesele de rupere reale: inițierea fisurilor și creșterea acestora, fiecare din etape comportînd mecanisme diferite și alte criterii de deformații-tensiuni.

b. Recunoașterea faptului că materialele perfect fragile sînt extrem de rar întîlnite în practică și că propagarea fisurilor așazise fragile este însoțită de deformații plastice apreciabile, localizate în vecinătatea suprafeței de rupere. Aceasta a condus la modificarea ecuației lui Griffith în care s-a introdus un termen suplimentar, notat cu p, ce corespunde energiei consumate în zona plastică și care se adaugă la energia superficială γ. Numeroasele încercări efectuate pentru măsurarea acestui lucru mecanic plastic s-au lovit de mari dificultăți. Dimensiunea zonei plastice și deci și energia plastică variază cu lungimea fisurii, dimeniunile epruvetei, felul încercării, natura materialului etc. Tot ce se poate spune despre p este că are valori mai mari decît γ, mergînd pînă la peste 500 de ori mai mari.

Cu aceste perfecționări, datorate lui Orowan și Irwin, ecuația (2.7) se scrie astfel:

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{E(2\gamma+p)}{\pi a}} \approx \sqrt{\frac{Ep}{\pi a}}. \tag{2.14}$$

Se precizează că această relație dă valoarea efortului unitar elastic care produce extensia fisurii într-un material fragil ținînd seama de deformațiile plastice locale. Nu este valabilă pentru cazurile în care se produce curgerea generală a materialului.

Teoria lui Irwin. Lucrînd independent, Orowan [77] și Irwin [49] au arătat că la marea majoritate a materialelor și, în special la metale, ruperea este însoțită de deformații plastice importante. S-a

constatat că producerea celor mai mici deformații plastice, observate în ruperile fragile ale metalelor, necesită o energie cel puțin de două ori mai mare decît energia de suprafață liberă. În aceste condiții, în special pentru oțeluri, se poate scrie:

$$\delta W_e \geqslant \delta W_p; \quad \delta W_p \gg \delta\gamma; \quad \delta\gamma \approx 0. \tag{2.15}$$

Irwin, în teoria sa, neglijează micromecanismul măririi energiei absorbite în timpul ruperii. Aceasta este o simplificare inginerească acceptabilă, care în plus are avantajul că ocolește problemele ridicate de măsurarea directă a termenilor δW_p și $\delta\gamma$, care încă nu sînt rezolvate în mod satisfăcător.

Pentru a evita dificultățile inerente unei probleme de plasticitate, Irwin utilizează teoria elasticității pentru calculul bilanțului de energie asociat modificării lungimii fisurii. De exemplu, urmînd metoda lui Griffith, se poate calcula variația energiei elastice dată de introducerea unei fisuri centrale străpunse, de lungime $2a$, într-o placă infinită. În cazul unei solicitări monoaxiale uniforme, dată de eforturile unitare σ ce acționează perpendicular pe planul fisurii, rezultă

$$\frac{\delta W_e}{\delta A} = -\frac{\pi\sigma^2 a}{E}, \tag{2.16}$$

unde δA reprezintă variația ariei suprafeței fisurii.

Raportul dintre variația energiei elastice de deformație și creșterea ariei suprafeței fisurii, adică energia elastică eliberată pe unitatea de suprafață de rupere, reprezintă forța pe unitatea de lungime a frontului fisurii disponibilă pentru extensia acesteia. Această mărime, luat cu semnul minus, se notează cu $\mathcal{G}$ și este dată de relația

$$\mathcal{G} = -\left(\frac{\partial W_e}{\partial A}\right)_\delta, \tag{2.17}$$

în care derivata parțială este luată pentru o deformație constantă δ. Mărimea $\mathcal{G}$ poate fi considerată ca fiind forța, pe unitatea de lungime a frontului fisurii, care se opune extensiei acesteia și care se numește forță de extensie a fisurii.

Atunci cînd efortul unitar normal din material atinge valoarea σ_f la care propagarea fisurii devine iminentă, forța de extensie a fisurii devine critică și, pentru exemplul plăcii infinite, are expresia

$$\mathcal{G}_c = \frac{\pi\sigma_f^2 a}{E}. \tag{2.18}$$

Deci, aptitudinile materialului de a se opune propagării fisurilor se pot exprima prin valoarea critică a forței de extensie a fisurii, necesare pentru declanșarea unei creșteri catastrofice a acesteia.

O valoare ridicată a lui $\mathcal{G}_c$ va arăta că materialul respectiv rezistă bine propagării unei fisuri, în timp ce o valoare mică pune în evidență tendința acestuia spre o rupere fragilă. Pentru acest motiv, Irwin a folosit noțiunea de „tentacitatea ruperii" în scopul denumirii parametrului $\mathcal{G}_c$.

Așadar, condițiile care conduc la apariția ruperii fragile sînt descrise de creșterea forței $\mathcal{G}$ de extensie progresivă a fisurii pînă la valoarea critică $\mathcal{G}_c$ la care propagarea se face instantaneu. Procesul de rupere fragilă continuă atîta vreme cît este menținută inegalitatea $\mathcal{G} > \mathcal{G}_c$. Prin urmare, trebuie precizat că forța critică de extensie a fisurii este un parametru definit de relația

$$\mathcal{G}_c = -\frac{\partial W_e}{\partial A}\bigg|_{rupere} . \tag{2.19}$$

Ecuații de forma (2.18) pot fi scrise și pentru alte sisteme de defecte dar nu trebuie înțeles din aceasta că $\mathcal{G}_c$ este definit în funcție de geometria și dimensiunile acestor sisteme. Deoarece există multe incertitudini în estimarea energiei de deformație plastică (δW_p), în mod obișnuit parametrul $\mathcal{G}_c$ nu se calculează pe baza relației (2.10). Forța critică de extensie a fisurii poate fi măsurată ca orice alt parametru care caracterizează proprietățile mecanice ale materialului. În mod obișnuit, $\mathcal{G}_c$ se măsoară în condițiile ruperii statice. Deși de mai mic interes practic, este posibil ca măsurarea parametrului $\mathcal{G}_c$ să se facă și dinamic.

În accepția mecanicii ruperilor, $\mathcal{G}_c$ este un parametru al materialului. Justificarea fizică a acestei afirmații necesită unele precizări. S-a observat că dimensiunile zonei plastice care se formează înainte de rupere la vîrful fisurii depind de ductilitatea materialului. Deoarece deformația plastică necesită introducerea unei energii proporționale cu dimeniunile zonelor plastice, rezultă că analiza elastică a sistemului aflat la punctul de instabilitate nu reflectă realitatea decît în cazul materialelor fragile și al celor cu ductilitate redusă. În consecință teoria liniar-elastică a mecanicii ruperilor imaginată de Irwin este inaplicabilă la materialele ductile sau la cele cu o ductilitate moderată. Chiar și la materialele la care această teorie este aplicabilă, cum sînt materialele fragile și cele cu ductilitate redusă, măsurarea parametrului $\mathcal{G}_c$ este afectată de dimensiunile zonelor plastice și, prin urmare, pentru obținerea unor valori comparabile este necesar ca geometria epruvetelor să fie menținută constantă. Așadar, se poate afirma că forța critică de extensie a fisurii $\mathcal{G}_c$ este o măsură a energiei introduse în procesul ruperii, deși detaliile mecanismului de absorbire a acesteia au fost ignorate.

În legătură cu aceasta se pun două probleme, și anume: care este valoarea energiei eliberate, consumate pentru deformația plastică și cît de mare poate fi zona plastică pentru ca aceasta să nu introducă erori inacceptabile în calculul lui $\mathcal{G}_c$, efectuat cu ajutorul relațiilor elastice. Irwin a arătat că raportul dintre energia consumată pentru crearea zonei plastice și energia eliberată de extensia fisurii este de trei ori mai mic decît raportul dintre raza zonei plastice și semilungimea fisurii. În cazul în care raza zonei plastice este mică în comparație cu lungimea fisurii, energia de deformație eliberată poate fi calculată pe baza relațiilor elastice, cu erori acceptabile. Raza zonei plastice r_p poate fi calculată, aproximativ, folosind relația

$$r_p = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{K}{\sigma_c}\right)^2 , \tag{2.20}$$

în care K reprezintă factorul de intensitate a eforturilor unitare, iar σ_c — limita de curgere a materialului.

Relația (2.20) poate fi utilizată pentru corectarea lungimii fisurii, atunci cînd se calculează valoarea forței de extensie a acesteia, dar erorile sînt neglijabile numai dacă raportul $\frac{r_p}{a}$ este mic.

Pentru a aplica mecanica ruperilor la o piesă solicitată avînd un defect specific, este necesar ca expresia generală, bazată pe energia de deformație (2.19), să fie explicitată în funcție de eforturile unitare și de parametrii geometrici. Aceasta este valabil atît în cazul epruvetelor de laborator folosite pentru măsurarea parametrului $\mathcal{G}_c$ cît și în acela al pieselor la care urmează să se limiteze eforturile unitare pe baza valorii critice $\mathcal{G}_c$. Forma generală a relației pentru calculul eforturilor unitare aplicate este dată de ecuația (2.9), în care σ_f este efortul unitar la care se produce ruperea iar a — dimensiunea caracteristică a defectului. Se precizează că efortul unitar σ_f definește starea generală de solicitare considerată și se presupune a fi suficient de depărtat de locul unde este situat defectul, pentru a nu fi afectat de singularitățile distribuției de eforturi date de acesta.

Expresia explicită a constantei din relația (2.9) poate varia amplu. Factorii care influențează valoarea constantei sînt: geometria defectului, orientarea defectului în raport cu cîmpul de eforturi unitare, geometria piesei, modul de variație cu temperatura al constantelor elastice E, G și μ ale materialului.

Constanta conține implicit și parametrul $\mathcal{G}_c$ care este presupus independent de acești factori, dar care este funcție de natura stării de eforturi și modul de rupere.

2.2. Analiza cîmpului de eforturi unitare elastice din jurul unei fisuri

Metodele matematice ale teoriei elasticității consideră materialele reale ca fiind continue. Această aproximație este foarte bună, cu condiția ca în sistemul studiat să fie cuprins suficient material astfel ca forțele de interacțiune atomică să fie echilibrate. La mediile continue, starea de eforturi unitare poate fi reprezentată prin tensorul efort unitar ce acționează într-un punct oarecare al materialului. În general, tensorul efort unitar are șase componente distincte, dirijate după direcțiile triedrului de referință, dar, dacă acesta are o poziție particulară, cele trei eforturi unitare tangențiale se pot anula. În acest caz, starea de eforturi este definită numai de eforturile unitare normale care, ca și direcțiile după care acționează, se numesc principale.

Prezența unui defect prevăzut cu o muchie ascuțită într-un corp aflat în stare liniară uniformă de eforturi unitare induce eforturi unitare în toate cele trei direcții, cu excepția cazului în care planul defectului este paralel cu eforturile unitare aplicate. Acuitatea unui defect dat este funcție de efectul său triaxial și de intensitatea concentrărilor de eforturi pe care le produce în imediata sa vecinătate. Datorită complexității ei, o stare triaxială de eforturi unitare nu poate fi cunoscută cu precizie și, ca urmare, pentru preîntîmpinarea apariției curgerii plastice se impune o limitare severă a ductilității materialului.

Într-adevăr, în stadiul actual de dezvoltare al teoriei elasticității, soluția exactă a problemei stării generale tridimensionale de eforturi unitare nu poate fi obținută. De aceea, pentru a ușura studiul distribuției eforturilor unitare din jurul defectului, care aproape totdeauna este triaxială, se fac unele ipoteze simplificatoare. Elasticitatea furnizează soluții pentru stări bidimensionale de eforturi care pot fi aplicate cazurilor cu distribuții tridimensionale, dar este necesar să se verifice în ce măsură aceste soluții „bidimensionale" reprezintă sistemele reale de defecte. La o parte din problemele cu simetrie de rotație se pot folosi soluțiile celor două stări bidimensionale de eforturi unitare cunoscute: starea plană de eforturi unitare și starea plană de deformație.

Măsura în care o soluție descrie condițiile fizice reale, existente în defectul studiat, este hotărîtoare pentru precizia cu care poate fi făcută prognoza ruperii cu ajutorul principiilor mecanicii ruperilor. De aceea, la încercările care au în vedere determinarea parametrilor specifici ai acestei discipline, se utilizează două metode independente de calibrare a epruvetelor: analiza elastică și măsurarea complianței. Întrucît aceasta din urmă rareori poate fi utilizată pentru piese reale, precizia cu care se face analiza elastică are o influență hotărîtoare asupra exactității soluției.

2.2.1. Modurile de propagare a fisurilor

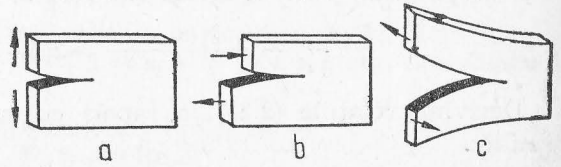
Felul în care o fisură se extinde depinde de starea de eforturi unitare ce există în regiunea în care aceasta se află. După mișcarea relativă pe care o au suprafețele de rupere situate de o parte și de alta a planului în care se extinde fisura, propagarea acesteia se poate face în următoarele trei moduri fundamentale:

Modul I. Fisura se extinde prin deschidere; deplasările punctelor de pe suprafața fisurată sînt perpendiculare pe planul fisurii (fig. 2.3, *a*).

Modul II. Fisura se extinde prin lunecare frontală; deplasările punctelor de pe suprafața fisurată se fac în planul fisurii, perpendicular pe marginea acesteia, în sensul de avansare al fisurii (fig. 2.3, *b*).

Modul III. Fisura se extinde prin lunecare laterală; deplasările punctelor de pe suprafața fisurată se fac în planul fisurii, paralel cu frontul acesteia.

Fig. 2.3



Toate celelalte cazuri posibile pot fi descrise prin combinarea acestor trei moduri simple.

Deoarece expresia analitică a efortului unitar de la vîrful fisurii depinde de modul de propagare a acesteia, rezultă că și energia elastică de deformație eliberată prin rupere se calculează în funcție de acest mod.

Cele mai multe ruperi fragile se produc după modul I, la care energia elastică de deformație disponibilă și deplasările frontului fisurii sînt mai mari decît la celelalte două moduri.

2.2.2. Eforturi unitare și deformații în vecinătatea fisurii

Pentru un cîmp de eforturi liniar elastice, starea plană de eforturi unitare este descrisă de educațiile de echilibru

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}=0; \qquad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}=0, \tag{2.21}$$

și de identitatea lui Saint-Venant

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x\,\partial y}, \tag{2.22}$$

în care σ_x, σ_y și τ_{xy} sînt componentele tensorului efort unitar, iar ε_x, ε_y și γ_{xy} componentele tensorului deformație [27].

Cu ajutorul legii lui Hooke, scrisă pentru starea plană

$$\begin{aligned} E\varepsilon_x &= \sigma_x-\mu\sigma_y;\\ E\varepsilon_y &= \sigma_y-\mu\sigma_x;\\ G\gamma_{xy} &= \tau_{xy} \end{aligned} \tag{2.23}$$

și al relației dintre modulul de elasticitate transversal și cel longitudinal,

$$G=\frac{E}{2(1+\mu)}, \tag{2.24}$$

identitatea (2.22) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{\partial^2(\sigma_y-\mu\sigma_x)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2(\sigma_x-\mu\sigma_y)}{\partial y^2}=2(1+\mu)\,\frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x\,\partial y}. \tag{2.25}$$

Derivînd relațiile (2.21) în raport cu x și cu y și adunîndu-le, rezultă:

$$\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2}=-2\,\frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x\,\partial y}. \tag{2.26}$$

Înlocuind această relație în identitatea (2.25), se obține ecuația

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\sigma_x+\sigma_y)+\frac{\partial^2}{\partial y^2}(\sigma_x+\sigma_y)=0, \tag{2.27}$$

care se mai poate scrie și sub forma

$$\nabla^2(\sigma_x+\sigma_y)=0. \tag{2.28}$$

Componentele tensorului efort unitar se pot exprima cu ajutorul funcției de tensiuni $\mathcal{F}(x, y)$ a lui Airy [1], folosind relațiile:

$$\sigma_x=\frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial y^2}; \qquad \sigma_y=\frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial x^2}; \qquad \tau_{xy}=\frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial x\,\partial y}. \tag{2.29}$$

Înlocuind în ecuația (2.27), se obține relația

$$\frac{\partial^4 \mathcal{F}}{\partial x^4}+2\,\frac{\partial^4 \mathcal{F}}{\partial x^2\,\partial y^2}+\frac{\partial^4 \mathcal{F}}{\partial y^4}=0, \tag{2.30}$$

care se poate scrie concentrat sub forma

$$\nabla^4(\mathcal{F})=0. \tag{2.31}$$

Funcția $\mathcal{F}(x, y)$ poate fi exprimată cu ajutorul funcției lui Westergaard [118]:

$$Z(\zeta)=\frac{K}{\sqrt{2\pi\zeta}}, \tag{2.32}$$

în care K este o constantă ce depinde de modul de propagare a fisurii iar $\zeta=x+iy$ reprezintă variabila complexă a planului la care se referă funcția lui Airy.

Pe baza observației că funcția $\mathcal{F}=\mathcal{F}[Z(\zeta)]$ satisface condițiile Cauchy-Rieman, Westergaard a introdus notațiile:

$$Z'(\zeta)=\frac{dZ(\zeta)}{d\zeta}; \qquad Z(\zeta)=\frac{d\overline{Z}(\zeta)}{d\zeta}; \qquad \overline{Z}(\zeta)=\frac{d\overline{\overline{Z}}(\zeta)}{d\zeta}, \tag{2.33}$$

a căror utilizare permite simplificarea exprimării funcției tensiunilor.

Astfel, ținînd seama de condițiile la limite specifice fiecărui mod de propagare a fisurii, funcția lui Airy poate avea una din expresiile:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\mathrm{I}} &= \mathrm{Re}\,\overline{\overline{Z}}+y\,\mathrm{Im}\,\overline{Z};\\ \mathcal{F}_{\mathrm{II}} &= -y\,\mathrm{Re}\,\overline{Z};\\ \mathcal{F}_{\mathrm{III}} &= 0, \end{aligned} \tag{2.34}$$

în care indicii I, II și III desemnează tipul modului de propagare a fisurii pentru care este valabilă funcția tensiunilor.

În cazul primului mod de propagare a fisurilor, se obțin cu ajutorul primei relații (2.34) și al relațiilor (2.29) următoarele expresii pentru eforturile unitare:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \mathrm{Re}\,Z-y\,\mathrm{Im}\,Z';\\ \sigma_y &= \mathrm{Re}\,Z+y\,\mathrm{Im}\,Z';\\ \tau_{xy} &= -y\,\mathrm{Re}\,Z'. \end{aligned} \tag{2.35}$$

Componentele tensorului deformație sînt legate de deplasările u și v, produse după direcțiile axelor de coordonate, prin intermediul ecuațiilor lui Cauchy [27]:

$$\varepsilon_x=\frac{\partial u}{\partial x};\quad \varepsilon_y=\frac{\partial v}{\partial y};\quad \gamma_{xy}=\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}. \tag{2.36}$$

Prin integrarea acestor ecuații, rezultă pentru deplasările u și v, următoarele expresii:

$$\begin{aligned} Eu&=(1-\mu)\,\mathrm{Re}\,\overline{Z}-(1+\mu)y\,\mathrm{Im}\,Z;\\ Ev&=2\,\mathrm{Im}\,\overline{Z}-(1+\mu)y\,\mathrm{Re}\,Z. \end{aligned} \tag{2.37}$$

Procedînd similar pentru cel de-al doilea mod de propagare a fisurii, rezultă că eforturile unitare și deplasările au expresiile:

$$\begin{aligned} \sigma_x&=2\,\mathrm{Im}\,Z+y\,\mathrm{Re}\,Z';\\ \sigma_y&=-y\,\mathrm{Re}\,Z';\\ \tau_{xy}&=\mathrm{Re}\,Z-y\,\mathrm{Im}\,Z';\\ Eu&=2\,\mathrm{Im}\,\overline{Z}+(1+\mu)y\,\mathrm{Re}\,Z;\\ Ev&=-(1-\mu)\mathrm{Re}\,\overline{Z}-(1+\mu)y\,\mathrm{Im}\,Z. \end{aligned} \tag{2.38}$$

În cazul modurilor compuse de propagare a fisurii, cîmpul de eforturi unitare și de deplasări poate fi considerat ca fiind suma

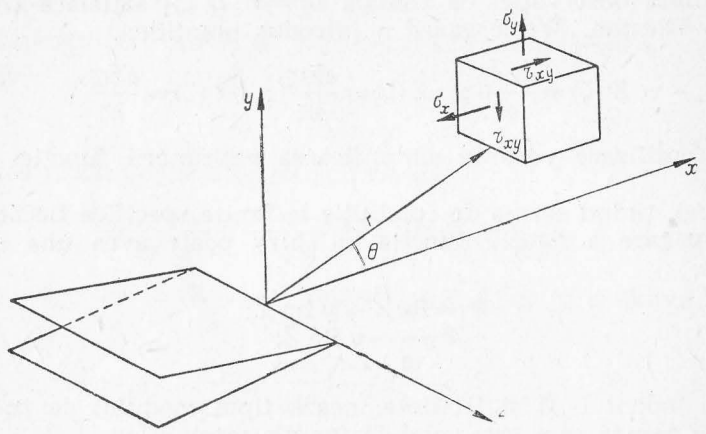


Fig. 2.4

cîmpurilor corespunzătoare ale modurilor simple componente. Presupunînd că cele două componente ale cîmpului de eforturi unitare compus corespund modurilor I și II de propagare a fisurii, expresiile eforturilor unitare și ale deplasărilor totale se obțin prin însumarea relațiilor stabilite mai sus. Pentru a pune în evidență efectul fiecăruia din modurile de propagare componente, constanta K a funcției $Z(\zeta)$ va purta indicele modului respectiv. De asemenea, în scopul obținerii unor relații explicite, variabila complexă va fi scrisă sub forma trigonometrică $\zeta=re^{i\theta}$ cu ajutorul coordonatelor polare r și θ care definesc poziția unui punct oarecare $M(x, y)$ din planul fisurii. Sistemul de referință Oxy, conținut în acest plan, are originea în vîrful fisurii iar axele Ox și Oy sînt dirijate după direcția de propagare a fisurii și respectiv după normala la planul de rupere (fig. 2.4).

Calculînd funcțiile $Z'(\zeta)$ și $\overline{Z}(\zeta)$ cu ajutorul relației (2.32) și înlocuind în (2.35), (2.37) și (2.38), rezultă pentru eforturile unitare expresiile:

$$\begin{aligned} \sigma_x&=\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left[1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right]-\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2}\left[2+\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}\right];\\ \sigma_y&=\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left[1+\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right]+\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2};\\ \tau_{xy}&=\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}+\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left[1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right]; \end{aligned} \tag{2.39}$$

iar pentru deplasări, expresiile:

$$\begin{aligned} u&=\frac{K_I}{G}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\cos\frac{\theta}{2}\left[\frac{1-\mu}{1+\mu}+\sin^2\frac{\theta}{2}\right]+\frac{K_{II}}{G}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\sin\frac{\theta}{2}\left[\frac{2}{1+\mu}\cos^2\frac{\theta}{2}\right];\\ v&=\frac{K_I}{G}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\sin\frac{\theta}{2}\left[\frac{2}{1+\mu}-\cos^2\frac{\theta}{2}\right]-\frac{K_{II}}{G}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\cos\frac{\theta}{2}\left[\frac{1-\mu}{1+\mu}-\sin^2\frac{\theta}{2}\right]. \end{aligned} \tag{2.40}$$

Relațiile (2.39) și (2.40) pot fi particularizate, pentru fiecare din modurile I sau II, reținînd numai termenii care conțin constanta K cu indicele modului respectiv și renunțînd la ceilalți.

Astfel, pentru primul mod de propagare, care este caracteristic ruperilor fragile produse prin clivaj, eforturile unitare din planul fisurii au expresiile:

$$\begin{aligned} \sigma_x&=\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left[1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right];\\ \sigma_y&=\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left[1+\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right];\\ \tau_{xy}&=\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}. \end{aligned} \tag{2.41}$$

Celelalte eforturi unitare, care acționează pe fețele unui element de volum decupat din material, sînt:

$$\sigma_z=\mu(\sigma_x+\sigma_y);\quad \tau_{xz}=\tau_{yz}=0. \tag{2.42}$$

Utilizînd formulele cunoscute din rezistența materialelor și expresiile (2.41) ale componentelor tensorului efort unitar, se pot calcula eforturile unitare principale σ_1 și σ_2 precum și efortul unitar tangențial maxim τ_{12}. În fig. 2.5 [60] se prezintă graficele acestor trei mărimi alături de graficul efortului unitar σ_z, pentru unghiuri $0<\theta<\pi$. Se observă că efortul unitar principal σ_1 prezintă o valoare maximă pentru un unghi θ apropiat de 60°.

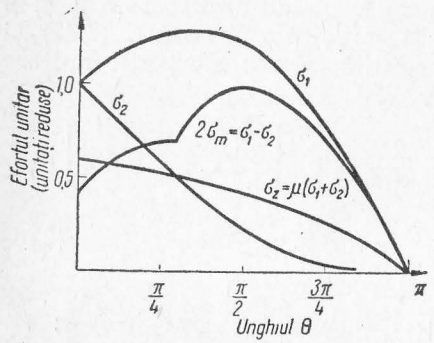


Fig. 2.5

Cercetările experimentale efectuate cu ajutorul fotoelasticității au arătat că repartiția reală a eforturilor unitare din vecinătatea unei fisuri nu diferă prea mult de cea teoretică obținută cu ajutorul relațiilor (2.41). De asemenea, s-a constatat că nu există diferențe mari între cîmpul de eforturi unitare al unei fisuri în curs de propagare și cel al fisurii statice.

Cîmpurile de eforturi unitare și de deformații asociate fiecăruia din cele trei moduri de propagare a fisurii pot fi studiate și ca probleme de teoria elasticității. Pentru modul III, de exemplu, care corespunde unei solicitări de forfecare pură, produsă în planul suprafeței de rupere, rezultă următoarele expresii ale eforturilor unitare și ale deformațiilor:

$$\sigma_x=\sigma_y=\sigma_z=0;$$

$$\tau_{xy}=0;\ \tau_{xz}=-\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2};\quad \tau_{yz}=\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}; \tag{2.43, a}$$

$$u=v=0;\ w=\frac{K_{III}}{G}\sqrt{\frac{2r}{\pi}}\sin\frac{\theta}{2}$$

Aceste componente tensoriale sînt raportate la triedrul $Oxyz$ avînd axele Ox și Oy orientate cum se arată în fig. 2.4 iar axa Oz dirijată în direcția normalei la planul fisurii. Definind funcția lui Westergaard în raport cu planul Oxz, de variabilă complexă

$\zeta=x+iz$, în care se produce lunecarea suprafețelor de rupere, eforturile unitare și deplasările nenule de mai înainte pot fi exprimate cu ajutorul relațiilor:

$$\tau_{xz}=\mathrm{Im}\,Z;\quad \tau_{yz}=\mathrm{Re}\,Z;\quad w=\frac{1}{G}\mathrm{Im}\,\bar{Z}. \tag{2.43, b}$$

Se observă că atît relațiile (2.39) și (2.40), cît și relațiile (2.43, a), nu conțin ca parametrii decît constantele K_I, K_{II} și K_{III} corespunzătoare celor trei moduri de propagare a fisurii. Parametrul K depinde de modul de solicitare, de intensitatea sarcinilor aplicate, de forma și dimensiunile piesei considerate precum și de forma, dimensiunile și orientarea fisurii în raport cu cîmpul de eforturi unitare din piesă. Acest parametru se numește *factor de intensitate a eforturilor unitare* și are o semnificație specială fiind o caracteristică a distribuției eforturilor unitare din vecinătatea vîrfului fisurii în timpul propagării acesteia, după unul din cele trei moduri. De aceea, acest factor nu trebuie confundat cu factorii asemănători introduși cu prilejul studierii concentrării eforturilor unitare. Se va arăta ulterior că există o strînsă legătură între factorul de intensitate a eforturilor unitare K și forța de extensie a fisurii $\mathcal{G}$.

Din relațiile care dau distribuția eforturilor unitare rezultă o oarecare similaritate între diferitele cîmpuri de eforturi unitare elastice studiate. Un studiu amănunțit al modului de variație cu distanța al eforturilor unitare arată că pentru distanțe mai mari decît raza de racordare a vîrfului fisurii și mai mici decît lungimea acesteia, eforturile unitare tind spre o variație invers proporțională cu rădăcina pătrată a distanței. Acest mod de variație a simplificat relațiile de calcul ale energiei eliberate la extensia fisurii și constituie premisa de bază a teoriei liniar-elastice a mecanicii ruperilor.

În general, relația dintre efortul unitar și distanță prezintă o singularitate care este situată la vîrful fisurii. De exemplu, pentru cazul unei fisuri străpunse, de lungime $2a$, situată într-o placă infinită solicitată la întindere monoaxială după direcția axei Oy, efortul unitar σ_y dintr-un punct situat în vecinătatea vîrfului fisurii are expresia [50]:

$$\sigma_y=\frac{\sigma}{\sqrt{1-\left(\frac{a}{x}\right)^2}}, \tag{2.44}$$

în care σ reprezintă efortul unitar produs în placă de sarcinile exterioare, în absența defectului. Se observă că la vîrful fisurii, pentru $x=a$, σ_y devine infinit (fig. 2.6).

Existența singularităților în cîmpul de eforturi al modelului matematic, imaginat pentru distribuția eforturilor unitare din vecinătatea fisurii, este destul de comună. Acestea sînt acceptate, deoarece pe această cale rezultă simplificări însemnate ale relației de calcul a energiei de deformație, a cărei valoare astfel determinată concordă satisfăcător cu rezultatele măsurărilor experimentale.

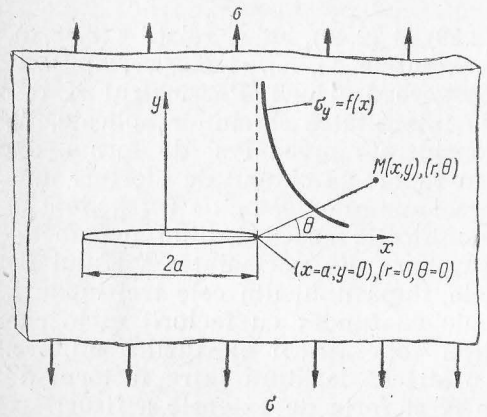


Fig. 2.6

2.2.3. Forța de extensie a fisurii

Metodele de calcul. Indiferent de metodele de calcul utilizate, energia specifică de deformație eliberată la propagarea fisurii are un singur sens fizic. Aceasta definește variația energiei elastice a sistemului, pe unitatea de suprafață de rupere, de-a lungul unei deplasări virtuale infinit mici a vîrfului fisurii. Energia care intră în calculul lucrului mecanic produs în timpul procesului de rupere are expresia [27]:

$$W_E = \frac{1}{2}\int_v \sigma\varepsilon dV. \tag{2.45}$$

Deși integrala de volum a energiei de deformație poate fi scrisă sub formă generală pentru orice sistem mecanic, evaluarea acesteia în cazul prezenței unui defect este o problemă dificilă. Irwin [51] a propus o metodă care implică utilizarea singularităților cîmpului de eforturi unitare de la vîrful fisurii și calculul lucrului mecanic în funcție de forțe și de deplasările suprafeței de rupere. Erorile rezultate sînt mici, deoarece eforturile unitare din jurul fisurii sînt presupuse elastice. O altă metodă [89] utilizează o cale independentă de aceea a integralei. Ambele metode însă elimină cu succes problema calculului energiei de deformație la distanță infinită de fisură. Aceasta prezintă o importanță deosebită pentru problema studiată deoarece energia de deformație elastică totală, eliberată în sistemul mecanic real, provine din regiuni întinse comparativ cu dimensiunile defectului.

Verificarea experimentală. Pentru determinarea energiei specifice de deformație eliberată în timpul ruperii la epruvetele crestate a fost imaginată o metodă experimentală bazată pe măsurarea complianței. Măsurarea acestei mărimi se poate face folosind o serie de epruvete cu crestătură, solicitate exclusiv în domeniul elastic, la care se înregistrează curba sarcină-deplasare pentru diferite valori ale lungimii a a crestăturii, luată ca parametru. Experiența se poate efectua și cu o singură epruvetă a cărei crestătură este adîncită progresiv prin prelucrare după fiecare încărcare. Din curba sarcină-deplasare se poate determina complianța C, definită ca raportul dintre o deplasare dată δ luată ca parametru și forța P aplicată epruvetei pentru producerea acesteia. Relația dintre energia elastică de deformație și complianță este

$$W_E = \frac{1}{2}P\delta = \frac{1}{2}\delta^2(C)^{-1}. \tag{2.46}$$

Pentru epruveta cu grosimea constantă B aria fisurii este $A = a\,B$, iar forța de extensie a fisurii, definită de relația (2.17),

$$\mathcal{G} = -\frac{\partial W_e}{\partial a}\cdot\frac{1}{B} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{\delta^2}{B}(C)^{-2}\left[\frac{\partial}{\partial a}C\right]_\delta = -\frac{1}{2}\cdot\frac{P^2}{B}\left[\frac{\partial}{\partial a}C\right]_\delta. \tag{2.47}$$

În această relație semnul minus arată că lucrul mecanic rezultat prin micșorarea energiei elastice de deformație a epruvetei este introdus la vîrful fisurii. Din diagrama care dă complianța C în funcție de lungimea a a crestăturii (fig. 2.7) se poate calcula $\left[\frac{\partial}{\partial a}C\right]_\delta$ pentru o anumită valoare a' a crestăturii, care reprezintă panta tangentei dusă la curba $C=f(a)$, în punctul de abscisă a'. Înlocuind rezultatul obținut în relația (2.47) și renunțînd la semnul minus, a cărui semnificație este cunoscută, rezultă, relația de dependență dintre forța de extensie a fisurii $\mathcal{G}$ și forța aplicată. Este evident că această relație, atît prin intermediul lui B cît și al funcției $C=f(a)$, depinde de forma și dimensiunile epruvetei precum și de modul de solicitare.

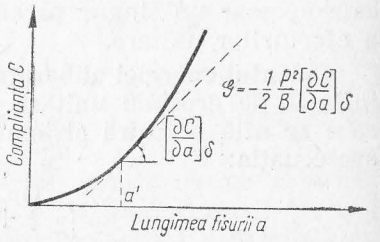


Fig. 2.7

Interpretarea fizică. În măsura în care relațiile matematice provenite din teoria elasticității sînt reprezentări corecte ale sistemului fizic, energia specifică de deformație eliberată obținută din calcul este energia disponibilă pe unitatea de arie a suprafeței de

rupere, rezultată ca urmare a extinderii fisurii. De multe ori metodele exacte de calcul sînt înlocuite cu metode aproximative, a căror justificare se bazează pe interpretarea fizică a forței de extensie a fisurii ori pe asemănări de fenomene.

Astfel se poate face o analogie între mecanica ruperilor și mecanica clasică. Forța de extensie a fisurii $\mathcal{G}$ se aseamănă cu forța generalizată conjugată F care, acționînd asupra unei particule a cărei poziție este dată de vectorul r, derivă din energia potențială U a acesteia [107]:

$$F=-\frac{\partial U}{\delta_r}. \tag{2.48}$$

Dacă un segment de lungime unitară din frontul fisurii corespunde particulei din mecanica clasică, $\mathcal{G}$ poate fi definită ca fiind forța care, acționînd asupra acestuia, produce mișcarea fisurii și, prin urmare, este egală cu derivata energiei elastice potențiale a fisurii în raport cu variația ariei suprafeței de rupere:

$$\mathcal{G}=-\frac{\partial W_e}{\delta_A}. \tag{2.49}$$

Această analogie permite să se anticipeze anumite relații din mecanica ruperilor, cum ar fi aceea a dependenței dintre valoarea forței de extensie a fisurii și viteza de propagare a acesteia.

Tratarea matematică a eforturilor unitare de la vîrful fisurii și a forței de extensie a fisurii duce la concluzia că din punctul de vedere al mecanicii ruperilor, într-o problemă de rupere fragilă nu este necesar să se cunoască toate componentele cîmpului de eforturi unitare din apropierea fisurii. Așa cum rezultă de altfel din § 2.2.2, este necesar un singur parametru, și anume factorul de intensitate a eforturilor unitare.

Calculul energiei eliberate la extensia fisurii. Se consideră o placă infinită de grosime unitară, solicitată la întindere monoaxială, în care se află o fisură străpunsă de formă eliptică. Conturul fisurii are ecuația:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2=1, \tag{2.50}$$

unde a și b reprezintă cele două semiaxe ale elipsei (fig. 2.8).

Folosind expresiile eforturilor unitare și deformațiilor din vecinătatea fisurii, se poate arăta că semiaxa mică b este proporțională cu deformația produsă în placa nefisurată de eforturile unitare σ determinate pe direcția axei Oy de forța de întindere. În acest scop

se procedează în felul următor. Pentru un punct oarecare de pe axa Ox, eforturile unitare normale se pot calcula cu ajutorul primelor două relații (2.41) scrise pentru $\theta=0$:

$$\sigma_x=\sigma_y=\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}. \tag{2.51}$$

Restrîngînd valabilitatea celei de-a doua relații (2.40) la primul mod de propagare a fisurii și scriind-o pentru un punct de pe zona negativă a axei Ox, adică pentru $\theta=\pi$, se obține următoarea expresie a deplasării verticale:

$$v=\frac{4K_I}{E}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}=\frac{2}{E}(\sigma_x+\sigma_y)r. \tag{2.52}$$

Întrucît $\sigma_x+\sigma_y$ este un invariant, care înainte de apariția fisurii are valoarea σ în orice punct al plăcii, relația (2.52) se scrie astfel:

$$v=\frac{2\sigma}{E}r. \tag{2.53}$$

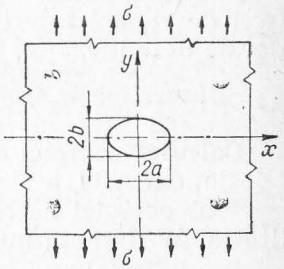


Fig. 2.8

Dacă se consideră că fisura eliptică este obținută prin dezvoltarea unui defect punctiform aflat inițial în originea sistemului de coordonate din fig. 2.8, rezultă că semiaxa mică este egală cu deplasarea v dată de relația (2.53) scrisă pentru $r=a$, deoarece sistemul de axe în raport cu care au fost deduse relațiile (2.39) și (2.40) are originea la vîrful fisurii:

$$b=\frac{2\sigma a}{E}. \tag{2.54}$$

care, înlocuită în relația (2.50), duce la

$$y=\frac{2\sigma}{E}\sqrt{a^2-x^2}. \tag{2.55}$$

La apariția unei fisuri, pentru oricare punct de pe conturul acesteia, eforturile unitare variază de la σ la zero. Energia W_e eliberată de cele două suprafețe de rupere ale fisurii este egală cu lucrul mecanic al tuturor forțelor elementare σdx de pe conturul fisurii, care în cursul micșorării lor parcurg deplasările y:

$$W_e=-2\int_{-a}^{+a}\frac{\sigma y}{2}dx=-\frac{2\sigma^2}{E}\int_{-a}^{+a}\sqrt{a^2-x^2}\,dx \tag{2.56}$$

Deoarece

$$\int_{-a}^{+a}\sqrt{a^2-x^2}\,dz=\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}+\frac{a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a}+C, \tag{2.57}$$

energia eliberată la formarea fisurii devine

$$W_e=-\frac{\sigma^2\pi a^2}{E}. \tag{2.58}$$

Întrucît placa a fost considerată de grosime unitară, aria suprafeței de rupere este egală cu lungimea fisurii. Deci, conform relației de definiție,

$$\mathcal{G}=-\frac{dW_e}{d(2a)}=\frac{\sigma^2\pi a}{E} \tag{2.59}$$

Calculul energiei necesare pentru extensia fisurii. Valoarea forței de extensie a fisurii $\mathcal{G}$ poate fi, de asemenea, obținută din calculul energiei necesare pentru creșterea lungimii fisurii cu cantitatea Δa. Într-un punct oarecare de pe axa Ox, în situația dinaintea propagării fisurii, efortul unitar σ_y și deplasarea v au expresiile

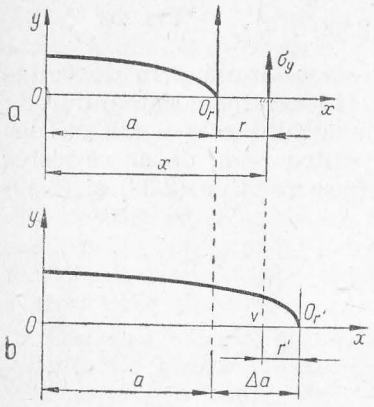


Fig. 2.9

$$\sigma_y=\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\ \text{și}\ \ v=0, \tag{2.60}$$

iar după extensia acesteia — expresiile

$$\sigma_y=0\ \ \text{și}\ \ v=\frac{4K_I}{E}\sqrt{\frac{r'}{2\pi}}, \tag{2.61}$$

unde, conform fig. 2.9, distanța

$$r'=\Delta a-r. \tag{2.62}$$

Energia necesară pentru extensia fisurii cu o unitate de lungime este

$$\mathcal{G}=\frac{2}{\Delta a}\int_0^{\Delta a}\frac{1}{2}\sigma_y v\,dr=\frac{2}{\Delta a}\int_0^{\Delta a}\frac{1}{2}\cdot\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cdot\frac{4K_I}{E}\sqrt{\frac{\Delta a-r}{2\pi}}\,dr, \tag{2.63}$$

sau

$$\mathcal{G}=\frac{2K_I^2}{\pi E\,\Delta a}\int_0^{\Delta a}\sqrt{\frac{\Delta a-r}{r}}\,dr. \tag{2.64}$$

Cu ajutorul schimbării de variabilă $r=\Delta a\cos^2\varphi$, integrala devine:

$$\int_0^{\Delta a}\sqrt{\frac{\Delta a-r}{r}}\,dr=2\Delta a\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2\varphi\,d\varphi=\frac{\pi\Delta a}{2} \tag{2.65}$$

Deci, forța de extensie a fisurii

$$\mathcal{G}=\frac{K_I^2}{E}. \tag{2.66}$$

Determinarea valorii lui K_I. Este evident că în timpul extensiei fisurii eliptice, cele două energii calculate mai înainte au aceleași valori. Ca urmare, din egalarea relațiilor (2.59) și (2.66) rezultă

$$K_I=\sigma\sqrt{\pi a}. \tag{2.67}$$

De asemenea, ordonata y a elipsei și deplasarea v fiind egale, din relațiile (2.55) și (2.52), se obține

$$K_I=\bar{\sigma}\sqrt{\frac{\pi}{2}(a+x)}, \tag{2.68}$$

întrucît pentru $x<a$, $r=a-x$. Se observă că la vîrful fisurii, unde $x=a$, valoarea lui K_I este maximă și egală cu cea dată de relația (2.67).

2.2.4. Factorul de intensitate a eforturilor unitare

Factorul de intensitate a eforturilor unitare este o măsură a creșterii eforturilor unitare produsă de prezența fisurii, în raport cu eforturile unitare existente în piesă în absența acesteia. După cum s-a arătat, pentru fisurile ascuțite, la distanțe mici de vîrful acestora, efortul unitar tinde spre o variație liniară în raport cu inversul rădăcinii pătrate a distanței. Prin urmare, factorul K de intensitate a eforturilor unitare este proporțional cu panta maximă a funcției $\bar{\sigma}_y=f(x,a)\frac{1}{\sqrt{x-a}}$, liniară în raport cu $\frac{1}{\sqrt{x-a}}$, definit prin relația:

$$K=\lim_{x\to a}\left[\sigma_y\sqrt{2\pi(x-a)}\right]. \tag{2.69}$$

Cu ajutorul funcției $Z(\zeta)$ a lui Westergaard și al variabilei complexe ζ, această relație se mai scrie:

$$K=\lim_{\zeta\to 0}\left[\sqrt{2\pi\zeta}\,Z(\zeta)\right]. \tag{2.70}$$

După cum rezultă din aceste relații și din relațiile (2.67) și (2.68), factorul de intensitate a eforturilor unitare este funcție de lungimea fisurii și de sarcinile aplicate. Lungimea fisurii este inclusă prin trecerea de la sistemul de coordonate în x și y, avînd originea în centrul fisurii, la sistemul de coordonate polare ρ și θ, cu originea la vîrful acesteia. Sarcina intră în calcul prin condițiile la limite ale funcției de tensiune și prin valoarea efortului unitar $\bar{\sigma}$. Factorul K se măsoară în $\left[\frac{N}{mm^{3/2}}\right]$.

În vecinătatea vîrfului fisurii, componenta efortului unitar paralelă cu direcția deplasării suprafeței de rupere constituie efortul activ al ruperii fragile. În general, acest efort unitar activ, normal sau tangențial, este legat de factorul K printr-o relație de forma

$$\sigma_{ij}=\frac{K}{\sqrt{2\pi r}}, \tag{2.71}$$

pentru toate cele trei moduri de rupere. De exemplu, folosind relația (2.44), care dă legea de variație a efortului unitar σ_y pentru punctele situate pe axa Ox și efectuînd schimbarea de variabilă $x=r+a$, rezultă

$$\sigma_y=\frac{(r+a)\,\sigma}{\sqrt{r^2+2ar}}. \tag{2.72}$$

Presupunînd că se studiază numai punctele din imediata vecinătate a vîrfului fisurii, se poate admite că r este mult mai mic decît a. Atunci, relația (2.72) poate fi scrisă sub următoarea formă aproximativă:

$$\bar{\sigma}_y\approx\sigma\sqrt{\frac{a}{2r}}. \tag{2.73}$$

Înlocuind în formula (2.71), se regăsește expresia

$$K=\sigma\sqrt{\pi a}. \tag{2.67}$$

Această relație poate fi aplicată plăcilor solicitate la întindere uniformă, avînd o fisură străpunsă cu lungimea mai mică decît a șasea parte din lățimea plăcii. Eroarea obținută în calculul lui K este sub 1%.

Așadar, factorul de intensitate a eforturilor unitare are următoarea formulă structurală:

$$K=Y\sigma\sqrt{a}, \tag{2.74}$$

în care coeficientul Y este funcție de geometria piesei sau a epruvetei.

Relația (2.66), stabilită în cazul plăcii de lungime infinită, avînd o fisură centrală care se propagă după modul I, leagă mărimile $\mathcal{G}$ și K prin intermediul unei constante, ceea ce duce la concluzia că forța de extensie a fisurii și factorul de intensitate a eforturilor unitare sînt relative. Această concluzie este valabilă și pentru celelalte moduri de propagare a fisurii. Astfel, pentru starea plană de eforturi unitare, mărimile $\mathcal{G}$ și K sînt legate prin relațiile:

$$\mathcal{G}_I=\frac{1}{E}K_I^2;\quad \mathcal{G}_{II}=\frac{1}{E}K_{II}^2;\quad \mathcal{G}_{III}=\frac{1+\mu}{E}K_{III}^2, \tag{2.75}$$

iar pentru starea plană de deformație prin relațiile:

$$\mathcal{G}_I=\frac{1-\mu}{2G}K_I^2;\quad \mathcal{G}_{II}=\frac{1-\mu}{2G}K_{II}^2;\quad \mathcal{G}_{III}=\frac{1}{2G}K_{III}^2. \tag{2.76}$$

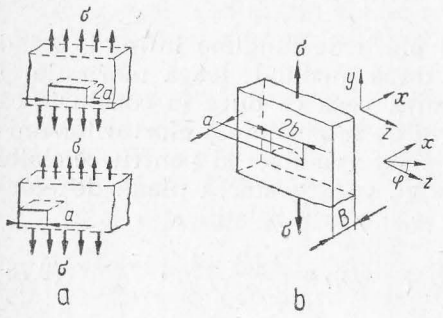
Aceste relații — în care indicii I, II și III corespund celor trei moduri fundamentale de propagare a fisurii — sînt valabile pentru orice tip de fisură ascuțită care se află într-un solid supus la o tensiune uniformă perpendiculară pe planul ruperii. În cazul stării plane de deformație, fisurile se propagă în principal după modul I. Pentru starea plană de eforturi unitare, modul de fisurare poate fi oarecare. În acest caz, de obicei, parametrii $\mathcal{G}$ și K nu poartă indicele modului de propagare a fisurii deoarece deplasarea de deschidere a acesteia nu poate fi descrisă numai cu ajutorul unui singur mod.

Deși diferă numai printr-o constantă, mărimile $\mathcal{G}$ și K nu se bucură de același interes din partea inginerului. Acesta preferă să lucreze cu factorul de intensitate a eforturilor unitare, deoarece parametrului K i se poate aplica principiul suprapunerii efectelor.

La materialele perfect elastice, $\mathcal{G}$ și K variază în lungul direcției de propagare a fisurii ca și funcția eforturilor unitare. Deci toate aceste trei funcții sînt funcții de punct. În cazul materialelor elastice reale, $\mathcal{G}$ și K pot fi considerate funcții de punct numai dacă raza de curbură a vîrfului fisurii, dimensiunile fisurii și dimensiunile zonei plastice de la vîrful acesteia sînt cuprinse între anumite limite [51].

Metodele mecanicii ruperilor implică calculul energiei elastice de deformație la distanțe de vîrful fisurii mai mici decît raza de

curbură a acesteia. Într-un sistem în care zona plastică este în întregime cuprinsă în această distanță, utilizarea analizei elastice este justificată de erorile mici de calcul care se obțin. În prezența unor deformații plastice mari, parametrii $\mathcal{G}$ și K nu mai pot fi considerați ca funcții de punct, ci au valori medii de-a lungul unor extensii finite ale fisurii, comparativ cu dimensiunile acesteia.



a b

Fig. 2.10

Expresiile factorului K pentru placa infinită. Placa infinită de grosime constantă solicitată la întindere monoaxială, avînd în centru o fisură străpunsă de lungimea $2a$, a fost studiată la § 2.2.3 și 2.2.4, cu prilejul examinării proprietăților parametrilor $\mathcal{G}$ și K. În anumite condiții, relația (2.67) astfel obținută, poate fi folosită și pentru placa de lățime finită, în locul relației [49]

$$K=\sigma\sqrt{w\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi a}{w}}, \tag{2.77}$$

stabilită de Irwin, în care w reprezintă lățimea plăcii. Se observă că dacă $w\to\infty$, la limită, expresia de sub radical are valoarea πa iar relația (2.77) se transformă în formula (2.67). Expresia (2.77) este utilizabilă și pentru placa semiinfinită, avînd la margine o fisură de lungime a, ce se întinde pe toată grosimea (fig. 2.10, a).

În cazul în care placa infinită este solicitată la întindere pe două direcții perpendiculare, iar fisura are o orientare oarecare în raport cu acestea, factorul de intensitate a eforturilor unitare are expresia [25]

$$K_{\mathrm{I}}=\sqrt{\frac{\pi a}{2}\left[\sigma_1^2+\sigma_2^2-(\sigma_1^2-\sigma_2^2)\cos 2\beta\right]}, \tag{2.78}$$

în care β reprezintă unghiul făcut de direcția de propagare a fisurii cu direcția efortului unitar σ_1.

Dacă placa infinită, solicitată la întindere monoaxială, are o fisură semieliptică ce pătrunde pe o porțiune din grosimea acesteia (fig. 2.10, b), calculul aproximativ al parametrului K se poate face cu relația

$$K_{\mathrm{I}}=\frac{\sigma}{\Phi}\sqrt{\pi\frac{a}{b}\left[a^2\cos^2\varphi+b^2\sin^2\varphi\right]^{1/2}}, \tag{2.79}$$

obținută pentru fisura eliptică ascunsă, aflată într-un solid izotrop infinit [119], în care

$$\Phi=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[1-\frac{b^2-a^2}{b^2}\sin^2\theta\right]^{1/2}\mathrm{d}\theta, \tag{2.80}$$

a și b fiind semiaxele elipsei, iar φ — unghiul făcut, în planul fisurii, de raza vectoare a elipsei cu axa mare a acesteia. Din relația (2.80) se observă că pentru $a<<b$ integrala are valoarea $\Phi=1$ iar pentru $b=a$, valoarea $\Phi=\pi/2$ De asemenea, din expresia (2.79), rezultă că parametrul K_{I} este maxim pentru $\varphi=\pi/2$ avînd valorile:

$$K_{\mathrm{I}}=\sigma\sqrt{\pi a},\ \text{pentru}\ a\ll b; \tag{2.81}$$

$$K_{\mathrm{I}}=2\sigma\sqrt{\frac{a}{\pi}},\ \text{pentru}\ a=b. \tag{2.82}$$

Pentru ca relația (2.79) să corespundă mai bine fisurii semieliptice, Irwin i-a adus două corecții [52]. El a observat că fisura semieliptică poate fi obținută din fisura eliptică, introducînd două suprafețe libere paralele cu planul normal pe elipsă care conține axa mare a acesteia. Dar, prin introducerea unei suprafețe libere se produc relaxări ale materialului din apropiere care au ca efect mărirea energiei elastice eliberate, cu aproximativ 20%. Cum această energie este proporțională cu pătratul efortului unitar, de obicei, corecția de suprafață liberă se face mărind efortul unitar cu 10%. Deși prezența a două suprafețe libere paralele nu modifică energia sistemului inițial, acestea duc la reducerea substanțială a concentrării eforturilor unitare la vîrful fisurii; de aceea este necesară corectarea adîncimii fisurii prin estimarea valorii razei zonei plastice. Ca urmare, adîncimea efectivă a fisurii

$$a_{ef}=a+\frac{K_{\mathrm{I}}^2}{4\sqrt{2\pi}\ \sigma_c^2}, \tag{2.83}$$

în care σ_c este limita de curgere a materialului. În final, factorul de intensitate

$$K_{\mathrm{I}}=\sigma\sqrt{\frac{1{,}21\,\pi a}{\Phi^2-0{,}212\left(\frac{\sigma}{\sigma_c}\right)^2}}. \tag{2.84}$$

Expresiile factorului de intensitate al eforturilor unitare pot fi calculate ușor cu ajutorul relației (2.70), dacă se cunoaște expresia

funcției $Z(\zeta)$. Pentru exemplificare sînt prezentate următoarele tipuri de plăci [78]:

Placa infinită cu o fisură centrală de lungime 2a. Funcția lui Westergaard avînd expresia

$$Z(\zeta_1)=\frac{\sigma}{\sqrt{1-\left(\frac{a}{\zeta_1}\right)^2}}, \tag{2.85}$$

unde $\zeta_1=a+\zeta$, relația (2.70) devine:

$$K=\lim_{\zeta\to 0}\left[\sqrt{2\pi\zeta}\,\frac{\sigma(a+\zeta)}{\sqrt{\zeta(\zeta+2a)}}\right]=\sigma\sqrt{\pi a}. \tag{2.86}$$

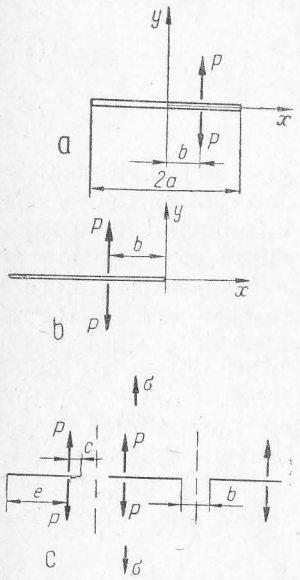


Fig. 2.11

Placă infinită de grosime B cu o fisură centrală de lungime 2a, solicitată de două forțe concentrate P de sensuri opuse (fig. 2.11, *a*). Pentru această situație, funcția

$$Z(\zeta_1)=\frac{P\sqrt{a^2-b^2}}{\pi\zeta_1(\zeta_1-b)B\sqrt{1-\left(\frac{a}{\zeta_1}\right)^2}} \tag{2.87}$$

iar

$$K=\frac{P}{B\sqrt{\pi a}}\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}. \tag{2.88}$$

Placă infinită de grosime B cu o fisură semiinfinită solicitată de două forțe opuse (fig. 2.11, *b*). În acest caz, funcția

$$Z(\zeta)=\frac{P}{\pi(\zeta+b)B}\sqrt{\frac{b}{\zeta}}, \tag{2.89}$$

iar

$$K=\lim_{\zeta\to 0}\left[\sqrt{2\pi\zeta}\,\frac{P}{\pi(\zeta+b)B}\sqrt{\frac{b}{\zeta}}\right]=\frac{P}{B}\sqrt{\frac{2}{\pi b}}; \tag{2.90}$$

Placă infinită solicitată la întindere monoaxială, avînd un șir de fisuri echidistante, solicitate de forțele concentrate P aplicate ca în fig. 2.11, c. Printr-un calcul asemănător se obține

$$K=\frac{\sigma\sqrt{4b\sin\frac{\pi c}{2b}}}{\sqrt{\cos\frac{\pi e}{2b}\left(\sin\frac{\pi e}{2b}+\sin\frac{\pi c}{2b}\right)}}+\frac{P\sqrt{\sin\frac{\pi c}{2b}}}{\sqrt{b\sin\frac{\pi e}{2b}\cos\frac{\pi c}{2b}\left(\sin\frac{\pi e}{2b}+\sin\frac{\pi c}{2b}\right)}} \tag{2.91}$$

Expresiile factorului K pentru placa de lățime finită. Placa de lățime finită solicitată la întindere monoaxială reprezintă principala schemă de calcul a epruvetelor de mari dimensiuni, care servesc la determinarea experimentală a parametrilor $\mathcal{C}$ și K.

Placă cu fisură centrală. Dacă placa de lățime w are o fisură centrală de lungime $2a$, dirijată perpendicular pe direcția eforturilor unitare σ produse de întinderea monoaxială, factorul K se calculează cu relația (2.77), care, pentru lățimi $w\geqslant 4a$, permite obținerea unor precizii satisfăcătoare, deși nu îndeplinește cu exactitate condițiile la limite specifice epruvetelor. Cînd raportul $\frac{2a}{w}\leqslant 0{,}6$, rezultate deosebit de precise pot fi obținute cu relația (2.74), în care Y are expresia [11]:

$$Y=1{,}77\left[1-0{,}1\frac{2a}{w}+\left(\frac{2a}{w}\right)^2\right]. \tag{2.92}$$

După cum rezultă din fig. 2.12, cînd $\frac{2a}{w}\to 0$, curba trasată cu linie continuă, care reprezintă graficul acestei relații, se apropie asimptotic de curba reprezentată cu linie punct, obținută cu ajutorul relației lui Irwin [50]

$$Y=\sqrt{\frac{w}{a}\operatorname{tg}\frac{\pi a}{w}}.$$

Placa cu două fisuri laterale. Cînd placa de lățime finită este prevăzută cu două fisuri străpunse, de lungime a, așezate simetric la marginile ei, factorul K se calculează cu relația [78]:

$$K=\sigma\sqrt{w\left(\operatorname{tg}\frac{\pi a}{w}+\frac{1}{10}\sin\frac{2\pi a}{w}\right)}. \tag{2.93}$$

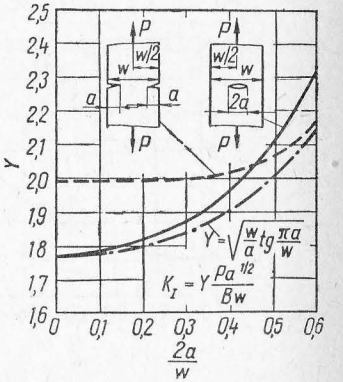


Fig. 2.12

Pentru lungimi ale fisurii $a<0{,}3\ w$, eroarea obținută cu această formulă este sub 3%. Dacă raportul $\frac{2a}{w}$ este cuprins între zero și 0,7, utilizînd relația [11]

$$Y=1{,}98+0{,}36\frac{2a}{w}-2{,}12\left(\frac{2a}{w}\right)^2+3{,}42\left(\frac{2a}{w}\right)^3, \tag{2.94}$$

se pot obține valori ale factorului de intensitate afectate de erori mai mici de 1%. Graficul relației (2.94) este reprezentat în fig. 2.12 cu linie întreruptă.

Placa cu o singură fisură laterală. Pentru rapoarte $\frac{a}{w}$ cuprinse între zero și 0,6, factorul K poate fi calculat folosind pentru Y expresia [11]:

$$Y=1{,}99-0{,}41\frac{a}{w}+18{,}70\left(\frac{a}{w}\right)^2-38{,}48\left(\frac{a}{w}\right)^3+53{,}85\left(\frac{a}{w}\right)^4, \qquad (2.95)$$

a cărei reprezentare grafică este dată în fig. 2.13 și care se află în deplină concordanță cu rezultatele experimentale.

Expresiile factorului K pentru corpurile masive. Deseori în corpurile masive sînt detectate fisuri ascunse, avînd forma unui disc. Notînd cu r raza defectului și cu σ efortul unitar produs de sarcinile exterioare pe direcția normalei la planul defectului, în absența acestuia, factorul de intensitate a eforturilor unitare are expresia [49]

$$K=2\sigma\sqrt{\frac{r}{\pi}}. \qquad (2.96)$$

Se observă că această relație este identică cu relația (2.82). Explicația constă în faptul că existența unei simetrii axiale în defectele tridimensionale permite studierea lor în plan deoarece, în aceste

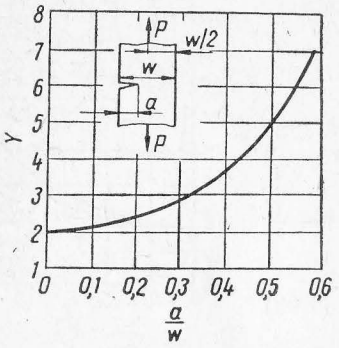


Fig. 2.13

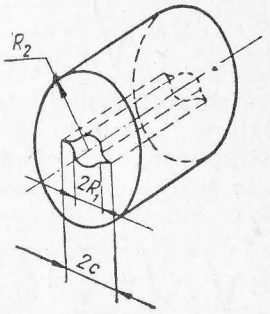


Fig. 2.14

cazuri, în regiunile învecinate defectului, stare de deformații este plană.

Uneori la rotoarele de turbine sau de generatoare electrice apar defecte de forma celor arătate în fig. 2.14, situate în planul diametral. În asemenea cazuri, factorul de intensitate a eforturilor unitare se calculează cu relația [119]

$$K_I=11{,}28\,\pi\,\frac{R_2^4R_1}{F^2(\lambda)}\cdot\frac{n^4}{1000}, \qquad (2.97)$$

în care s-a notat cu: R_2 — raza exterioară; R_1 — raza interioară; n — turația, în rot/min; $\lambda=\frac{c}{R_1}-1$; c — lungimea radială a fisurii; $F(\lambda)$ — o funcție de geometria concentratorului de eforturi unitare [119].

În Anexa I se dau expresiile factorului de intensitate a eforturilor unitare pentru diferite tipuri de fisuri și crestături situate în plăci, bare și corpuri masive, [29], [78].

Expresiile, factorului K pentru epruvetele de mici dimensiuni. În general, pentru determinarea experimentală a parametrilor fundamentali ai mecanicii ruperilor se folosesc epruvete crestate sau fisurate prin oboseală, de secțiune dreptunghiulară ori circulară. Epruvetele dreptunghiulare avînd una sau două fisuri pot fi solicitate la întindere sau la încovoiere. Expresiile factorului K, pentru diferitele situații posibile, sînt prezentate în Anexa II [29], [78].

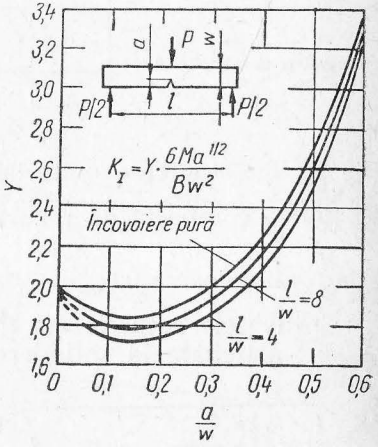


Fig. 2.15

Cele mai răspîndite epruvete dreptunghiulare sînt acelea care au o singură crestătură laterală și sînt solicitate la încovoiere simplă sau pură (cazul 5 din Anexa II). În acest caz, factorul K se poate calcula cu relația (2.74), în care Y are expresia [25]:

$$Y=A_0+A_1\left(\frac{a}{w}\right)+A_2\left(\frac{a}{w}\right)^2+A_3\left(\frac{a}{w}\right)^3+A_4\left(\frac{a}{w}\right)^4, \qquad (2.98)$$

unde raportul $\frac{a}{w}$ poate varia între zero și 0,6. Graficul acestei relații este prezentat în fig. 2.15, iar valorile coeficienților A_i sînt dați în tabelul 2.1, pentru două rapoarte $\frac{l}{w}$, unde l reprezintă deschiderea dintre reazeme.

Uneori se folosesc epruvete compacte de tipul celei arătate în fig. 2.16, solicitate de două forțe P aplicate pe fața laterală pe care se află fisura [11]. Utilizarea acestora este impusă de situațiile în care este necesar să se facă economie de material sau de spațiu

Tabelul 2.1

Valorile coeficienților A_0, A_1, A_2, A_3 și A_4

	$\frac{l}{w}$	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4
Încovoiere pură (cazul 5, Anexa II)	—	1,99	−2,47	12,97	−23,17	24,80
Încovoiere simplă (fig. 2.15)	8	1,96	−2,75	13,66	−23,98	25,22
	4	1,93	−3,07	14,53	−25,11	25,80

(de ex. la studierea materialelor iradiate într-un reactor nuclear). Epruveta compactă dă rezultatele optime atunci cînd rapoartele $\frac{a}{w}$ și $\frac{H}{w}$ au valoarea 0,6.

Epruvetele rotunde au, de obicei, o crestătură circumferențială și sînt solicitate la întindere. Calculul factorului de intensitate a eforturilor unitare se poate face cu relația [120]

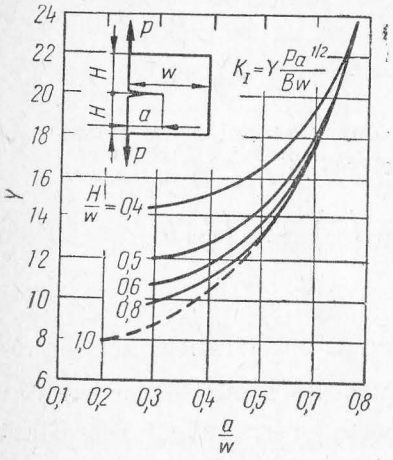


Fig. 2.16

$$K_I = \frac{\sigma_{med}\sqrt{8\pi d\left[1-\left(\frac{d}{D}\right)^2\right]}}{5+3\left[1-\left(\frac{d}{D}\right)^2\right]}, \qquad (2.99)$$

în care s-a notat cu: σ_{med} — efortul unitar mediu pe secțiunea slăbită; d — diametrul interior al concentratorului; D — diametrul epruvetei.

Rezultate cu erori sub 1% pot fi obținute cu relația (2.74), în care Y se determină cu ajutorul diagramei din fig. 2.17, dar numai dacă raportul $\frac{d}{D}$ este cuprins între 0,5 și 0,9. Pe această porțiune curba se confundă cu dreapta lui Bueckner, [12], a cărei ecuație este scrisă pe figură.

Atunci cînd, pentru grosimi mari, utilizarea epruvetelor clasice devine incomodă din cauza dimensiunilor exagerate, acestea pot fi înlocuite prin epruvete WOL (Wedge Opening Loading), experimentate în laboratoarele „Westinghause Atomic Power Division" la studiul oțelurilor de construcții nucleare și al oțelurilor pentru rotoare de turbine și generatoare. Aceste epruvete sînt de trei tipuri: X, T și CT (fig. 2.18). Tipul X este utilizat mai ales pentru mate-

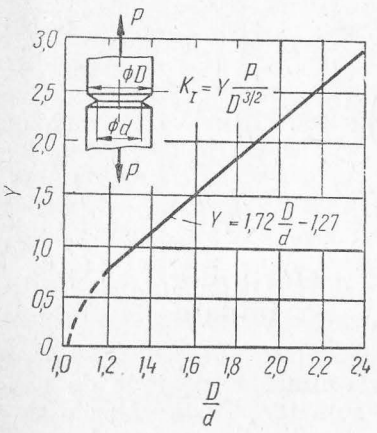


Fig. 2.17

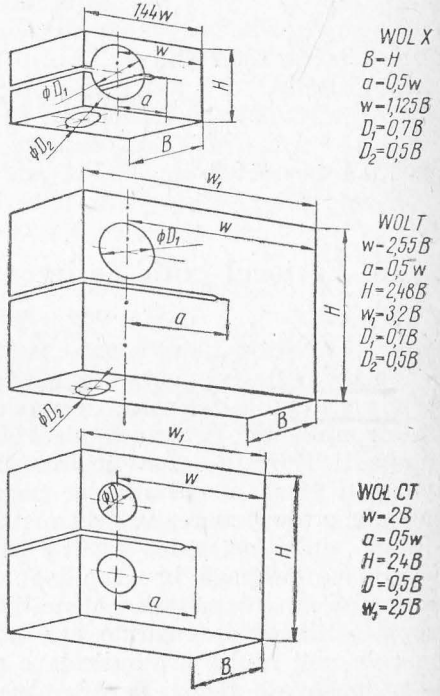


Fig. 2.18

riale fragile (oțeluri *maraging*, aliaje de Ti și Al, oțeluri iradiate, oțeluri la temperaturi foarte coborîte) și pentru studiul vitezei de propagare a fisurilor de oboseală. Pentru acest tip de epruvetă nu se poate stabili o expresie matematică a factorului de intensitate a eforturilor unitare. Celelalte două tipuri de epruvete WOL nu au acest dezavantaj, dar dimensiunile lor sînt mai mari decît ale epruvetelor de tip X.

Tipul CT este actualmente cel mai folosit. Oricît de mică ar fi epruveta, aceasta respectă cerințele stării plane de deformație. Ex-

presia factorului de intensitate a eforturilor unitare, pentru acest tip de epruvetă, este [31], [115]

$$K_I = \frac{YP}{Bw^{1/2}}, \tag{2.100}$$

în care P este forța care solicită epruveta, iar

$$Y = 29{,}6\left(\frac{a}{w}\right)^{1/2} - 185{,}5\left(\frac{a}{w}\right)^{3/2} + 655{,}7\left(\frac{a}{w}\right)^{5/2} - 1\,017\left(\frac{a}{w}\right)^{7/2} + 638{,}9\left(\frac{a}{w}\right)^{9/2} \tag{2.101}$$

dacă $0{,}3 < \frac{a}{w} < 0{,}7$ și

$$Y = 23{,}12\left(\frac{a}{w}\right)^{1/2} - 67{,}67\left(\frac{a}{w}\right)^{3/2} + 97{,}31\left(\frac{a}{w}\right)^{5/2}, \tag{2.102}$$

dacă $0{,}4 < \frac{a}{w} < 0{,}6$.

2.3. Factorul critic de intensitate a eforturilor unitare

Factorul de intensitate a eforturilor unitare K depinde de geometria sistemului studiat, de modul de solicitare și de valorile sarcinilor aplicate. Pentru o piesă dată, primii doi parametri rămîn constanți, K fiind o funcție liniară numai de efortul unitar σ ce acționează în piesă, perpendicular pe direcția defectului. Dacă sarcinile aplicate cresc progresiv, se constată că la o valoare σ_f a efortului unitar, mult mai mică decît rezistența de rupere a materialului, fisurile se propagă brusc și se produce ruperea fragilă. Valoarea factorului de intensitate, calculată cu acest efort unitar, se numește factor critic de intensitate a eforturilor unitare și se notează K_c. De cele mai multe ori indicele c este precedat de indicele modului de propagare a fisurii pentru care parametrul K a fost determinat.

Factorul critic de intensitate a eforturilor unitare este o proprietate a materialului ce caracterizează susceptibilitatea acestuia la extensia instabilă a fisurii, în condițiile în care în vecinătatea frontului fisurii există o stare plană de eforturi unitare sau de deformații, neafectată de prezența unor deformații plastice importante. Această valoare critică a factorului K caracterizează pe deplin tenacitatea ruperii, putînd fi utilizată pentru estimarea relației dintre eforturile unitare și dimensiunile defectelor din material, dacă condițiile de serviciu în care acesta se află pot duce la ruperi guvernate de starea plană de propagare a fisurii.

2.3.1. Tenacitatea ruperii

Pentru scopuri practice, tenacitatea ruperii poate fi luată egală cu valoarea critică a forței de extensie a fisurii $\mathcal{G}_c$, aceasta fiind legată de factorul critic de intensitate a eforturilor unitare K_c prin intermediul unei constante. Tenacitatea ruperii este o mărime caracteristică a materialului (la fel ca limita de curgere), care depinde de temperatură, starea de eforturi unitare din vecinătatea defectului, modul de rupere și structura materialului.

Tenacitatea ruperii este minimă în condițiile stării plane de deformație, deoarece $\mathcal{G}_c$ este o măsură a lucrului mecanic ireversibil consumat în timpul procesului de rupere iar, în condițiile stării plane de deformație, deformațiile plastice de la vîrful fisurii, care preced extensia acesteia, sînt considerabil mai mici decît în condițiile stării plane de eforturi unitare. De asemenea, modul I de propagare — care este caracteristic celor mai multe ruperi fragile — în condițiile stării plane de deformație este, în general, mai controlabil întrucît sînt necesare eforturi de rupere mai mici decît la celelalte moduri. Prin urmare, parametrul controlabil care poate fi utilizat la evitarea ruperilor fragile este $\mathcal{G}_{Ic}$.

Din punct de vedere ingineresc, tenacitatea ruperii la starea plană de deformații este parametrul cel mai semnificativ al mecanicii ruperilor, deoarece numai în condițiile stării plane de deformație eforturile unitare de la vîrful crestăturii sînt independente de geometria sistemului. Ca urmare, în aceste condiții, valoarea tenacității ruperii măsurată în laborator poate fi utilizată în proiectarea pieselor și a elementelor de construcție, fără a se ține seama de detaliile geometrice sau de solicitare ale acestora.

Scopul preocupărilor experimentale ale mecanicii ruperilor este acela de a măsura tenacitatea ruperii. Pentru un material dat, rezultatele obținute sînt prezentate, de obicei, sub forma unei diagrame care dă variația lui $\mathcal{G}_{Ic}$ cu temperatura de încercare. În fig. 2.19 sînt arătate curbele $\mathcal{G}_{Ic}$, funcție de temperatura de încercare, pentru un oțel tratat termic, luînd temperatura de călire ca parametru. Se observă că tenacitatea ruperii crește cu temperatura de călire, dar rezultatele experimentale (curbele desenate cu linie plină) nu concordă bine cu cele teoretice (curbele desenate cu linie întreruptă) decît pînă la o anumită temperatură de încercare (T_i), deoarece dincolo de aceasta ruperea este precedată de curgeri plastice însemnate. În general, ruperea la temperaturi înalte este mai ductilă decît rezultă din studiile teoretice efectuate în condițiile stării plane de deformație, întrucît curgerea plastică locală care precede ruperea introduce un lucru mecanic mai mare decît creșterea

luată în calculul lui $\mathcal{G}_{Ic}$. De aceea, la temperaturi superioare temperaturilor T_i, forța critică de extensie a fisurii nu mai poate fi calculată, ci cel mult estimată. În asemenea condiții, pentru evitarea ruperii fragile, trebuie introduse restricții.

Dacă din punct de vedere fizic noțiunea de tenacitate a ruperii poate fi reprezentată la fel de bine de oricare din parametrii $\mathcal{G}_c$ sau K_c, nu același lucru se petrece din punctul de vedere al calculului ingineresc. Marea majoritate a normelor înțeleg prin tenacitatea ruperii la starea plană de deformații valoarea parametrului K_{Ic}. Deoarece teoria liniară a mecanicii ruperilor este aplicabilă numai dacă zona plastică de la vîrful fisurii este mică în comparație cu lungimea acesteia a și cu grosimea materialului B, marea majoritate a normelor limitează utilizarea parametrului K_{Ic} în funcție de aceste mărimi. Astfel normele ASTM*) precizează că valoarea factorului K_{Ic} determinată experimental este valabilă numai dacă efortul unitar la care s-a rupt epruveta $\sigma_f < 0{,}8\ \sigma_c$. Pentru problemele de proiectare sau de verificare, condiția de aplicabilitate a criteriului tenacității ruperii în stare plană de deformație, după aceleași norme, este

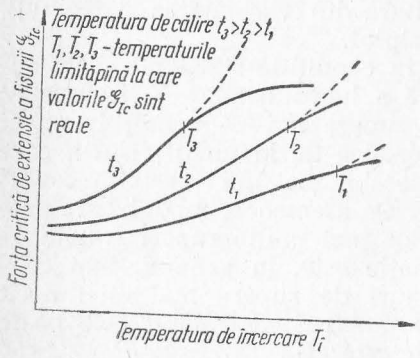


Fig. 2.19

$$a \text{ și } B > 2{,}5\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2, \qquad (2.103)$$

în care σ_c reprezintă limita de curgere a materialului [123].

2.3.2. Parametrii care influențează factorul critic de intensitate a eforturilor unitare la starea plană de deformație

Natura materialului. La o temperatură dată, de exemplu cea ambiantă, valoarea factorului K_{Ic} variază în limite foarte largi de la un material la altul (tabelul 2.2). În general, pentru oțelurile de înaltă rezistență valorile parametrului K_{Ic} sînt cuprise între 1 000 și 7 000 $\frac{N}{mm^{3/2}}$, pentru oțelurile de rezistență mijlocie între 2 000 și 4 000 $\frac{N}{mm^{3/2}}$, iar pentru aliajele de aluminiu între 700 și 1 500 $\frac{N}{mm^{3/2}}$.

* vezi și STAS 9760-74.

Tabelul 2.2

Valorile factorului K_{Ic} pentru cîteva materiale mai uzuale [29]

Materialul	σ_r N/mm²	σ_c N/mm²	K_{Ic} N/mm$^{3/2}$
AISI 4340	1 950	—	3 050
AISI 4340	1 800	—	7 100
AISI 4340	1 700	—	6 400
SAE 4340 H	—	1 600	1 800
300 M	1 950	—	4 750
300 M	1 800	—	6 900
Airsteel X-200	2 100	—	3 000
Airsteel X-200	1 950	—	3 750
Airsteel X-200	1 800	—	3 200
Airsteel X-200	1 700	—	4 450
Maraging Steel 300	—	1 900	1 300
Maraging Steel 250	—	1 800	800
Maraging Steel 300	—	1 650	1 500
H-11	2 100	—	710—3 550
H-11	1 950	—	1 650
H-11	1 800	—	3 200
H-11	1 700	—	3 850
Vascojet 1000	2 100	—	1 200
Super Hy Tuf.	1 800	—	1 900
Super Hy Tuf.	1 700	—	1 050—1 450
Al. 7075	—	500	1 100—1 350
Al 6061 T6	—	—	2 300
Ti—6Al—4V	1 400	—	1 450
Ti 155 A	1 550	—	900—1 000
A 533 B	—	550	3 200
Oțeluri de medie rezistență	~490	—	2 500
ASTM A302B	—	360	1 900
OL37	410	240	2 800
OL52	590	440	3 400

Tenacitatea ruperii este foarte mult influențată de tratamentele termice aplicate materialului, de granulația acestuia și de compoziția chimică. De obicei, tratamentele termice care au ca efect ridicarea limitei de curgere sau obținerea unei granulații mari conduc la micșorarea valorilor factorului critic K_c. Modificarea compoziției chimice, deși afectează în mare măsură valoarea tenacității ruperii, nu are asupra acesteia influențe așa de mari cum are asupra temperaturii de tranziție [3], [37].

Temperatura. Variația factorului K_{Ic} cu temperatura poate fi pusă în evidență cu ajutorul diagramei din fig. 2.20, care a fost trasată pentru un oțel călit și revenit de tip T_1 [116]. Valorile factorului de intensitate au fost determinate pe epruvete plate avînd două crestături ascuțite, solicitate la întindere. Din diagramă se observă că parametrul K_{Ic} crește rapid odată cu creșterea temperaturii de la valori negative pînă la valori apropiate de temperatura normală după care, la temperaturile mari, descrește din nou. Această descreștere nu poate fi interpretată ca o descreștere a rezistenței la ruperea fragilă, deoarece relațiile de calcul ale lui K_{Ic} sînt bazate pe soluția elastică, iar la temperaturi ridicate epruvetele au fost prea mici pentru a furniza o constrîngere suficientă pentru a produce ruperea fragilă. Descreșterea parametrului K_{Ic} reflectă mai degrabă scăderea rezistenței de rupere a materialului decît pierderea ductilității.

Intensitatea radiației. Efectul radiațiilor neutronice asupra tenacității ruperii la oțeluri a fost studiat avînd în vedere și celelalte proprietăți mecanice. Pentru un material nefisionabil dat, în funcție de numărul de neutroni integrați și de temperatura de iradiere, rezistența de rupere și temperatura de tranziție cresc în timp ce ductilitatea și energia absorbită prin impact scad. De asemenea, la o temperatură dată, radiațiile neutronice produc o reducere a tenacității ruperii pentru starea plană de deformație. În fig. 2.21, *a* se arată modul de variație cu temperatura a factorului critic de intensitate a eforturilor unitare K_{Ic} pentru un oțel slab aliat cu mangan și molibden folosit la construcția recipientelor sub presiune [16], [68], [69]. Se observă o translare a curbelor $K_{Ic}=f(T)$ spre domeniul temperaturilor ridicate, proporțională cu doza de radiație, explicată prin influența pe care o are radiația neutronică asupra temperaturii de tranziție a materialului. În fig. 2.21, *b* se prezintă modul de variație a temperaturii de tranziție în funcție de doza de radiație, obținut cu ajutorul epruvetelor Charpy executate din același material, luînd un nivel al energiei absorbite de 40 J. Se constată că temperatura de tranziție crește odată cu creșterea intensității radiației.

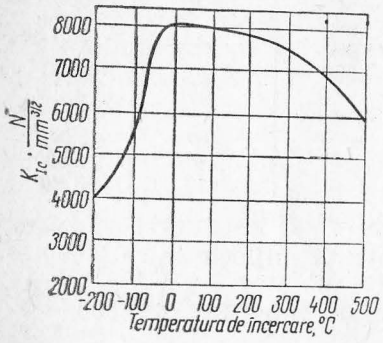


Fig. 2.20

Acțiunea corosivă a mediului ambiant. În general, rezistența oțelurilor la fisurarea produsă de coroziunea sub sarcină se determină măsurînd timpul pînă la ruperea unei epruvete aflate într-un mediu corosiv, solicitată la întindere uniformă. În cazul secțiunilor groase încărcate cu eforturi unitare de valori mici, creșterea fisurii dată de coroziune este lentă înainte ca factorul de intensitate să atingă valoarea critică K_{Ic}.

Timpul de încercare necesar pentru avansarea fisurilor de coroziune este destul de lung comparativ cu cel pentru formarea fisurii inițiale. Împrăștierea rezultatelor, caracteristică pentru acest tip de încercări, se datorește modului aleator în care defectele (asemănătoare unor șanțuri) date de coroziune sînt dispuse pe suprafața oțelului.

Folosind principiile mecanicii ruperilor la calculul lungimii fisurilor de oboseală în epruvete subțiri întinse, se ajunge la concluzia că micile creșteri ale fisurilor puternic solicitate, cauzate de mediul ambiant corosiv, se produc la un nivel al intensității eforturilor unitare mai mic decît K_{Ic} [57].

În fig. 2.22 se arată efectul schimbărilor bruște de umiditate asupra extensiei fisurii stabile la un oțel aliat cu crom, molibden și vanadiu, solicitat de un efort unitar constant. Se observă că extensia fisurii avansează mai rapid în cazul umidității de 100%, decît la o umiditate moderată. La un nivel de umiditate dat, panta curbei crește cu dimensiunile defectului, ceea ce duce la mărirea factorului K al cîmpului de eforturi unitare.

Dacă valoarea parametrului K este menținută constantă, prin reducerea sarcinilor aplicate, extensia fisurii este direct proporțională cu timpul scurs (fig. 2.23). Existența unei relații liniare între viteza de creștere a fisurii $\frac{da}{dt}$ și factorul de intensitate K_I al eforturilor unitare a fost pusă în evidență pe cale experimentală (fig. 2.24) [10].

Cercetările au arătat că valoarea factorului de intensitate a eforturilor unitare K_{Ii} existent în piesă înainte de a începe acțiunea mediului corosiv are o influență hotărîtoare asupra duratei timpului de rupere. Ca urmare a acțiunii corosive a mediului ambiant are loc extensia fisurilor, care atrage după sine mărirea factorului K_{Ii} pînă la o valoare K_{Isc} la care se produce ruperea. Valoarea factorului K_{Isc} este o constantă a materialului studiat. Dependența dintre K_{Ii} și timpul scurs pînă la rupere este arătată în fig. 2.25. Se observă că pentru valori ale factorului $K_{Ii}<K_{Iscc}$, ruperea nu se produce, indiferent de timpul scurs. Valoarea parametrului K_{Ii}, existent în piesă înainte de începerea coroziunii, pentru care rupe-

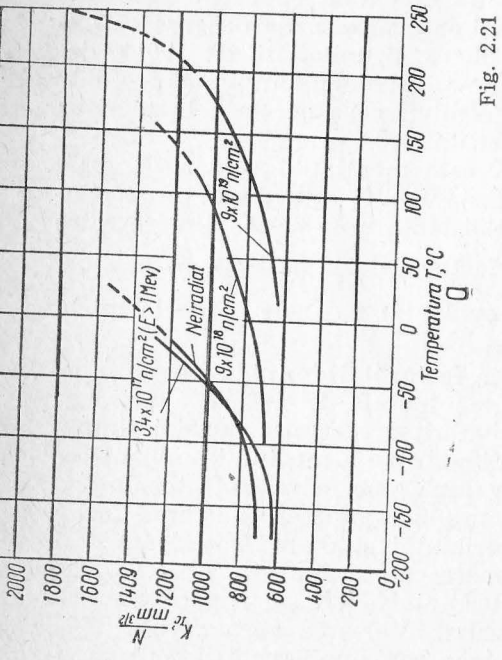


Fig. 2.21

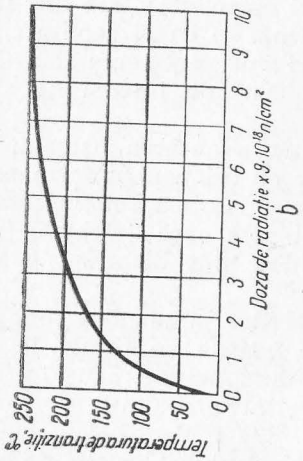


Fig. 2.24

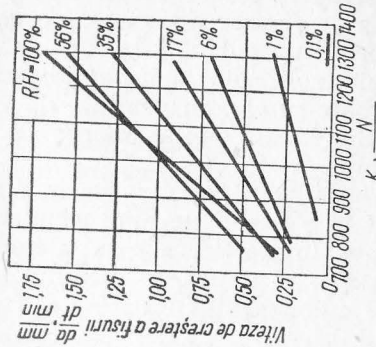


Fig. 2.23

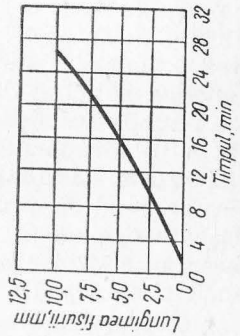
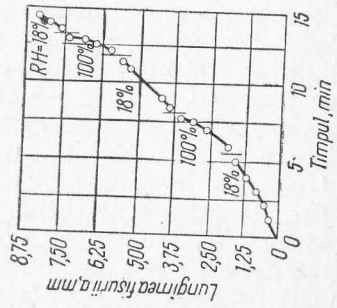


Fig. 2.22



rea fragilă nu se poate produce se notează cu K_{Iscc} și se numește factor critic de intensitate a eforturilor unitare la coroziune. Se observă că definirea parametrului K_{Iscc} este asemănătoare cu definirea rezistenței la oboseală. În general, K_{Iscc} este de trei ori mai mic decît K_{Ic} al materialului. Se precizează că, factorul critic de intensitate la coroziunea sub sarcină K_{Isc} este în general mai mare decît factorul critic K_{Ic}, determinat pentru piesele care conțin fisuri

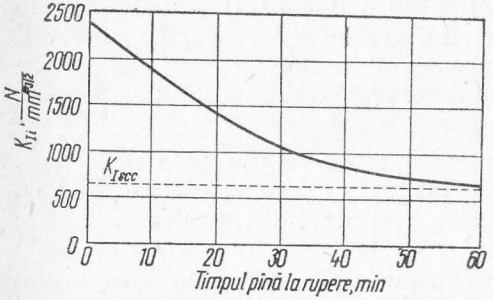


Fig. 2.25

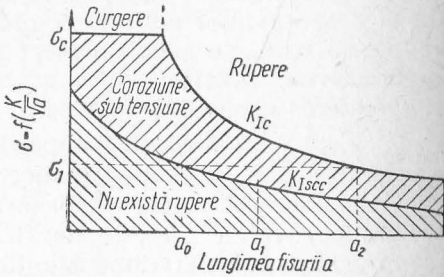


Fig. 2.26

de oboseală. Aceasta se explică prin tendința fisurilor de coroziune de a se abate de la planul normal pe direcția eforturilor unitare aplicate. De obicei, vîrful fisurii este mai rotunjit în cazul coroziunii decît în acela al oboselii și deci sînt necesare eforturi mai mari pentru a se produce ruperea.

În fig. 2.26 sînt arătate schematic, pentru oțel, modul de variație cu lungimea fisurii al parametrilor K_{Ic} și K_{Iscc}. Un element de construcție solicitat de efortul unitar $\bar{\sigma}_1$ avînd o fisură de lungime a_1 nu se rupe în condiții normale de încărcare, dar cînd intervine acțiunea corosivă a mediului ambiant, această fisură poate evolua pînă la dimensiunea a_2 la care se produce ruperea. Pentru dimensiuni ale fisurilor mai mici decît a_0 ruperea fragilă nu poate fi produsă de efectul coroziunii. Deci, pentru ca o structură să reziste bine acțiunii corosive trebuie îndeplinite trei condiții: valoarea parametrului K_{Iscc} să fie cît mai apropiată de K_{Ic}, factorul K_{Ic} să fie cît mai mare posibil, iar viteza de creștere a fisurilor, la o valoare dată a factorului K_{Ic}, să fie cît mai mică [31], [74], [75].

2.3.3. Relații între tenacitatea ruperii și celelalte proprietăți mecanice

Tenacitatea ruperii este o proprietate a materialului care ca și proprietățile mecanice este afectată de modificările strucurii acestuia, fiind în corelație cu acestea.

Relația dintre tenacitatea ruperii și limita de curgere. Existența unei corelații între tenacitatea ruperii și limita de curgere poate fi presupusă pe baza observației că valoarea forței de extensie a fisurii depinde de mărimea deformațiilor plastice care însoțesc ruperea. În ipoteza că ceilalți parametrii rămîn constanți, creșterea limitei de curgere este însoțită de descreșterea tenacității ruperii. Aceasta se datorește faptului că o creștere a limitei de curgere poate fi interpretată ca o descreștere a mobilității dislocațiilor care, ducînd la creerea unor stări de eforturi unitare diferite în zonele învecinate fisurii, va avea un efect macroscopic asemănător cu cel dat de creșterea constrîngerilor, adică micșorarea deformației plastice și creșterea capacității de stocare a energiei elastice.

Faptul că mecanica ruperilor evită complicațiile date de considerarea micilor zone plastice de la vîrful fisurii, se bazează pe constatarea că relațiile teoriei liniare a elasticității pot descrie adecvat epruvetele crestate dacă dimensiunile zonei plastice sînt mici în comparație cu dimensiunile crestăturii. În teoria sa consacrată concentratorului de eforturi unitare [72], Neuber arată că la toate materialele, cu excepția celor extrem de fragile, elemente de volum de dimensiuni mici pot fi solicitate dincolo de limita elastică. El presupune că respectivele elemente de volum au dimensiuni bine determinate, care sînt funcție de natura materialului, dar nu dă o metodă de evaluare cantitativă a acestora. Dezvoltînd această presupunere, Irwin [53] ajunge la concluzia că dimensiunile zonei plastice variază invers proporțional cu pătratul limitei de curgere a materialului, determinată prin încercarea de tracțiune simplă. Pentru simplificare, forma reală a conturului zonei elasto-plastice este neglijată; se presupune că zona plastică este de formă circulară și este situată în planul fisurii, adică într-un plan perpendicular pe planul în care se produce ruperea. În felul acesta zona plastică poate fi descrisă cu ajutorul unei singure dimensiuni, raza acesteia, iar expresiile factorului critic de intensitate a eforturilor unitare, stabilite anterior, pot fi corectate ajustînd lungimea fisurii astfel încît să se țină seama de existența zonei plastice. De exemplu, pentru cazul plăcii infinite avînd o fisură străpunsă de lungime $2a$, în ipoteza stării plane de eforturi unitare, factorul critic de intensitate al eforturilor unitare are expresia [94]:

$$K_c = \sigma_f \sqrt{\frac{\pi a}{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_f}{\sigma_c}\right)^2}} \qquad (2.104)$$

Se precizează că, în general, mărimile σ_c și K_c au variații de sensuri contrare în funcție de temperatură. Cînd temperatura crește, limita de curgere scade iar tenacitatea ruperii crește în mod corespunzător. Deși actualmente se cunoaște cu precizie corelația dintre tenacitatea ruperii și limita de curgere a materialului, nu se pot predetermina valorile factorului K_c numai pe baza cunoașterii modului de variație a limitei de curgere.

Relația dintre tenacitatea ruperii și energia absorbită în timpul șocului. În literatura de specialitate se întîlnesc destul de multe corelații empirice între tenacitatea ruperii și energia K_v absorbită în timpul șocului de către epruveta Charpy V, care sînt stabilite în special pentru oțelurile tratate termic. Rezultatele obținute sînt prea împrăștiate pentru a se putea stabili o corelație, de aceea sînt prezentate mai ales grafic. Un asemenea exemplu este prezentat în fig. 2.27, [116] care conține atît curba valorilor medii (trasată cu linie plină), cît și pe cea a valorilor minime (trasată cu linie întreruptă). Aceasta din urmă poate fi utilizată pentru estimarea factorului K_{Ic} în cazurile în care se cunosc rezultatele încercărilor la încovoiere prin șoc, efectuate pe epruvete Charpy V.

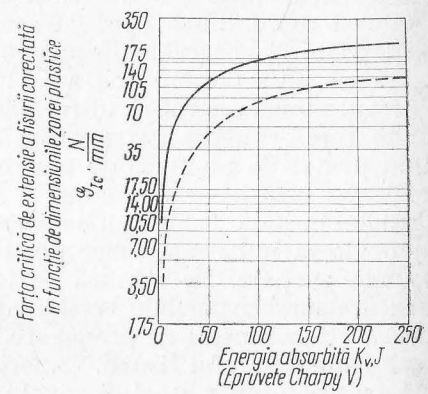


Fig. 2.27

Corelația dintre tenacitatea ruperii și energia absorbită la încercarea prin șoc a fost făcută pe baza observației că ambele mărimi sînt determinate prin încercări care au drept criteriu aceeași proprietate a materialului: rezistența de rupere.

Pentru a sublinia aspectul calitativ al corelației dintre tenacitatea ruperii și energia absorbită la șoc se precizează că experiențele au arătat că valoarea rezistenței de rupere a materialului nu poate predetermina nici un parametru al încercării Charpy, deoarece temperatura de tranziție nu este funcție numai de aceasta ci și de alți factori.

În concluzie, numai din încercările mecanice nu se pot obține suficiente informații pe baza cărora să poată fi determinată tenacitatea ruperii, folosind exclusiv corelațiile dintre aceasta și proprietățile mecanice ale materialului. Se impune deci efectuarea unor încercări speciale care să țină seama de condițiile de microstructură ale materialului.

2.4. Particularităţi ale procesului de propagare a fisurii

Discontinuitatea propagării. Studiul cîmpului de eforturi unitare din vecinătatea unei fisuri arată că efortul unitar principal σ_1 are valoarea maximă pentru un unghi $\theta \approx 60°$ (fig. 2.5). Ca urmare, repartiţia eforturilor unitare tinde să declanşeze succesiv o serie de fisuri paralele cu fisura principală [60]. Deci, propagarea unei fisuri se face discontinuu, noile fisuri deschizîndu-se în faţa fisurii principale şi reunindu-se apoi cu aceasta. Propagarea discontinuă a fisurii poate fi observată în zonele vecine fisurilor oprite.

Propagarea discontinuă a fisurii a putut fi pusă în evidenţă cu ajutorul cinematografiei ultrarapide. Astfel s-a constatat că la oţelurile moi, ruperea progresează în salturi succesive, fiecare salt fiind urmat de un timp de oprire. Analiza timpului necesar pentru realizarea salturilor a condus la concluzia că formarea unor fisuri parţiale în faţa frontului de rupere permite fisurii să se propage cu o viteză mult mai mare decît viteza de creştere a fiecăreia din fisurile parţiale. Pe măsură ce temperatura scade, viteza de creştere a fisurilor parţiale creşte, apropiindu-se tot mai mult de valoarea vitezei medii de propagare a ruperii.

Forma frontului fisurii. Experimental se constată că ruperea ductilă la tracţiune a unei epruvete se amorsează la centrul acesteia. Acelaşi fenomen se observă la ruperea unei table groase fisurate [37], în sensul că frontul de rupere avansează începînd de la mijlocul secţiunii (fig. 2.28). Aceasta se datoreşte faptului că materialul de la mijlocul secţiunii fiind în stare spaţială de eforturi unitare, zona plastică este mai puţin extinsă decît la suprafaţă, unde materialul se află în stare plană de eforturi unitare [48]. Cînd ruperea se propagă cu mare viteză, dimensiunile zonelor deformate plastic se reduc atît la interior cît şi la exterior. Începutul acestor zone corespunzînd frontului rectiliniu al undei elastice, frontul fisurii se curbează datorită descreşterii dimensiunilor zonei plastice spre centrul secţiunii (fig. 2.29; *a* — înainte de începerea propagării ruperii; *b* — în timpul propagării rapide).

Propagarea unei fisuri cu mare viteză. Studierea propagărilor rapide ale fisurilor a condus la concluzia existenţei unei valori limite a vitezei de propagare determinată de necesitatea luării în considerare a energiei cinetice a acesteia care, în asemenea cazuri, nu este de loc neglijabilă. Viteza limită se află într-un raport bine determinat cu viteza de propagare a undelor longitudinale [22]. În marea majoritate a cazurilor, viteza de propagare a fisurii se află mult sub viteza limită. Aceasta, deoarece o fisură nu avansează cu

viteza limită decît dacă se află într-un cîmp favorabil de eforturi unitare. Studiul repartiţiei eforturilor unitare în vecinătatea frontului de rupere aflat în deplasare rapidă a arătat că o fisură situată, într-un plan perpendicular pe efortul unitar principal, tinde să se propage în linie dreaptă la viteze mici, dar există o viteză critică

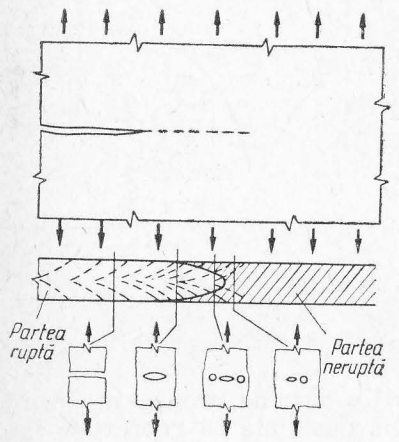


Fig. 2.28

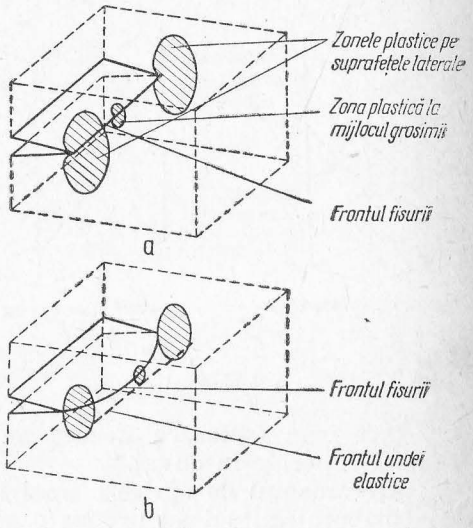


Fig. 2.29

dincolo de care fisura tinde să se curbeze şi să se ramifice. Această viteză critică poate reprezenta pînă la 60% din viteza limită de propagare, care în cazul oţelului are valoarea de 1 950 m/s [85].

Tipuri de rupere. Dacă se examinează suprafaţa de rupere a unei table fisurate, solicitate la întindere, se constată că aspectul ruperii variază de-a lungul grosimii materialului, datorită efortului unitar σ_3 dirijat în direcţia grosimii (fig. 2.30). Pe suprafaţa laterală, unde $\sigma_3 = 0$, materialul se află în stare plană de eforturi unitare, iar în centru există o stare plană de deformaţie ($\bar{\sigma}_3 \neq 0$), deoarece nu sînt posibile stricţiuni. În consecinţă, rezultă două tipuri principale de rupere: ruperea prin clivaj, care este plată şi corespunde unei stări plane de deformaţie şi ruperea prin forfecare, care se produce la 45° şi corespunde stării plane de eforturi unitare. Se face precizarea că ruperea prin clivaj corespunde modului I de propagare, iar cea prin forfecare este caracteristică modului III.

Între cele două tipuri extreme de rupere, există numeroase tipuri mixte. Aspectul ruperii variază de la ruperea la 45°, la ruperea plată, în funcție de grosimea materialului (fig. 2.31). Acest comportament este determinat de dimensiunile zonei plastice de la vîrful fisurii (v. fig. 2.29): cînd aceasta are dimensiuni mari, ruperea

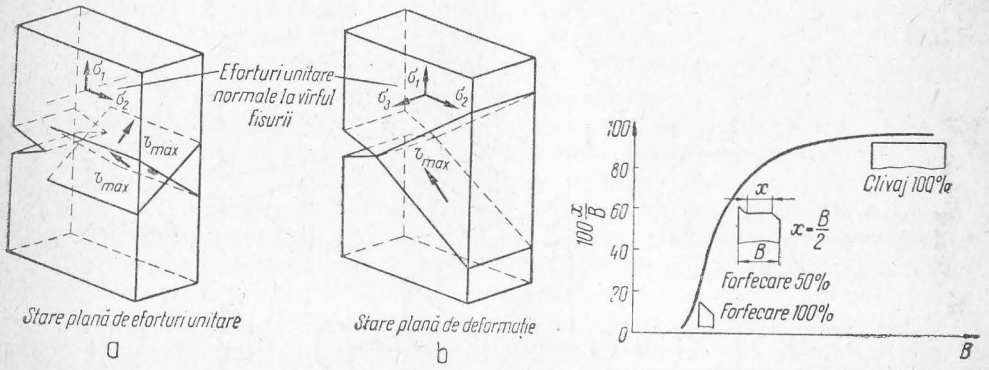


Fig. 2.30

Fig. 2.31

se face prin forfecare; dacă zona plastică are dimensiuni mici — există ruperi prin clivaj.

Mecanismul de oprire a unei fisuri în curs de propagare. Irvine și colaboratorii săi au propus o schemă destinată să reprezinte comod condițiile de inițiere și de oprire a ruperii [48]. Modificînd relația lui Griffith astfel încît aceasta să țină seama și de energia W absorbită prin deformația plastică inerentă ruperii, el ajunge la următoarea relație între efortul unitar σ_{nom} necesar producerii ruperii și deformația specifică ε_{nom} a epruvetei:

$$\varepsilon_{nom} = \frac{\sigma_{nom}}{E} + \frac{8E}{\pi} \cdot \frac{W^2}{A\sigma^3_{nom}}, \qquad (2.105)$$

în care: A este aria secțiunii transversale; E — modulul de elasticitate longitudinal.

Această relație, care dă condiția de rupere, este reprezentată grafic în fig. 2.32, pentru diferite valori ale raportului $\frac{W^2}{A}$, luat ca parametru. Dreptele concurente în origine descriu legile de deformație ale epruvetelor cu și fără fisuri. Se precizează că pantele acestor drepte scad odată cu creșterea lungimii fisurii inițiale prezente în epruvetă, astfel încît punctul A de intersecție cu curba condiției de rupere are ordonate din ce în ce mai mici. Dacă încercarea este începută de la sarcina zero, punctul care definește starea de eforturi unitare din epruvetă se deplasează pe dreapta reprezentată cu linie întreruptă, corespunzătoare lungimii fisurii acesteia, din originea sistemului de coordonate pînă în punctul A unde se declanșează ruperea, deoarece efortul unitar nominal satisface

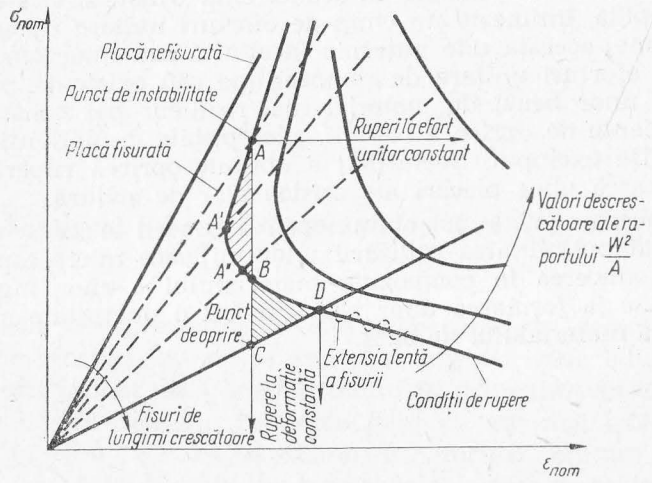


Fig. 2.32

relația (2.105). Ruperea se va continua sau se va opri în funcție de legăturile elastice la care este supusă epruveta. Aceste legături pot fi astfel realizate încît epruveta să fie solicitată sub deformație constantă sau sub efort unitar constant. În primul caz, punctul reprezentativ al stării de eforturi unitare din epruvetă se deplasează pe o verticală, iar în cel de-al doilea — pe o orizontală. Se vede că dacă punctul A este situat într-o regiune în care panta curbei este pozitivă, fisura va avea tendința să se extindă. Dacă se pleacă din A, iar ruperea se efectuează în condiții de efort unitar constant, aceasta nu se poate opri ci se produce pînă la epuizarea secțiunii transversale. Plecînd din același punct A și urmînd verticala de deformație constantă, se creează o nouă condiție de rupere în punctul B. Fisura nu se poate opri în acest punct datorită energiei ei cinetice, care este proporțională cu aria hașurată $AA'B$; aceasta continuă deci să se dezvolte pînă în punctul C, care corespunde egalității ariilor hașurate $AA'B$ și BCD. În punctul C, fisura a devenit mai lungă dar ruperea este oprită întrucît acest punct se află sub condiția de rupere. Pentru a se atinge din nou condiția de rupere,

este necesar să se mărească efortul unitar aplicat, pentru a se putea ajunge în punctul *D*. Totodată, în *D*, fisura este stabilă în cazul ruperii sub deformație constantă, întrucît panta condiției de rupere este negativă, iar ruperea completă nu se poate face decît prin extinderea lentă a fisurii.

Experimental se constată că atunci cînd o fisură, aflată în propagare rapidă, întîlnește un cîmp de eforturi unitare remanente de compresiune, aceasta este puternic încetinită sau chiar oprită. Cîmpurile de eforturi unitare de compresiune sau existența pe traseul ruperii a unor benzi de material mai rezilient pot constitui mijloace eficiente de oprire a ruperii, susceptibile de a fi utilizate în practică. De exemplu, Soete [92] a obținut oprirea ruperii fragile prin aplicarea unor placări ale cordoanelor de sudură.

Dacă aceste metode pot obține oprirea ruperii la scară macroscopică, există posibilitatea utilizării unor mijloace microscopice, cum ar fi introducerea în compoziția materialului a unor ingrediente, care conduc la formarea unor benzi, avînd o ductilitate mai mare decît cea a materialului de bază.

3. MECANICA RUPERII METALELOR ELASTO-PLASTICE

3.1. Limitele teoriei liniar-elastice. Corecții plastice

Factorul de intensitate a eforturilor unitare descrie complet cîmpul de eforturi unitare și de deformații din zona adiacentă vîrfului fisurii numai dacă acestea rămîn în domeniul elastic. Formulele stabilite în capitolul precedent sînt cu atît mai exacte, cu cît punctul în care se studiază starea de eforturi unitare este mai aproape de vîrful fisurii. În materialele uzuale apar însă în totdeauna deformații plastice la vîrful fisurii.

Încercînd să facă prognoza rezistenței de rupere a foilor subțiri din aliaj de aluminiu, crestate transversal și solicitate static sau la oboseală, Golestaneh, în anul 1959 [2], a constatat că atît la măsurarea complianței, cît și la încercarea de rupere, rezultatele obținute pot fi corelate cu cele calculate folosind teoria liniară elastică a mecanicii ruperilor, numai dacă se admite că lungimile fisurilor sînt mai mari decît cele reale. În toate cazurile, la vîrful fisurii s-a constatat prezența unor zone deformate plastic. Constatările lui Golestaneh au servit ca punct de plecare pentru prima metodă aproximativă de corectare a teoriei, liniar-elastice, luînd în calcul efectul deformațiilor plastice care apar la vîrful fisurii. Metoda constă în înlocuirea fisurii reale și a zonei plastice printr-o fisură fictivă de lungime mai mare și în folosirea formulelor cunoscute de la analiza elastică.

În cele ce urmează se vor expune procedeele de evaluare a diferenței dintre lungimea analitică și cea reală a fisurii.

3.1.1. Metoda lui Irwin

Se consideră două epruvete fragile identice, fiecare avînd cîte o fisură și se notează cu a_1 și a_2 lungimile fisurilor iar cu σ_1 și σ_2 eforturile unitare aplicate [62]. Dacă factorii de intensitate a eforturilor unitare K_1 și K_2 ai celor două epruvete sînt egali, eforturile unitare elastice din vecinătatea fisurii sînt aceleași. Calculînd eforturile σ_{y1} și σ_{y2}, într-un punct oarecare de pe axa Ox cu ajutorul formulelor lui Inglis, și reprezentînd grafic raportul $\frac{\sigma_{y1}}{\sigma_{y2}}$ în funcție $\frac{r}{a_1}$, la diverse rapoarte $\frac{a_1}{a_2}$, se obține diagrama din fig. 3.1, din care rezultă că aproape de vîrful fisurii ($r \to 0$), eforturile unitare sînt practic aceleași pentru orice lungime a fisurii. Dacă r crește eforturile unitare normale paralele cu axa Oy diferă foarte mult între ele, cu toate că s-a presupus că cei doi factori K_1 și K_2 sînt egali. Există deci o zonă de rază r' în care eforturile unitare sînt egale cînd factorii K sînt egali. Dacă zona plastică avînd raza r_p este mică în raport cu aceasta, eforturile unitare elastice în zona de rază r' nu vor fi practic influențate de relaxările date de deformațiile plastice.

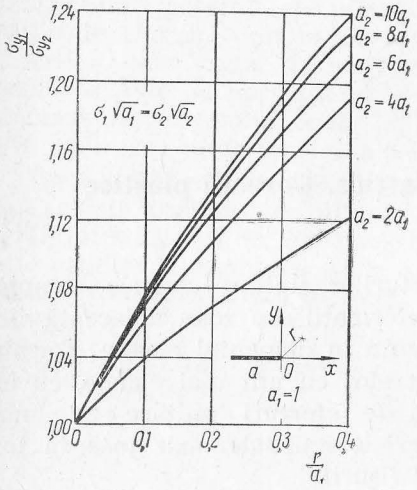


Fig. 3.1

Din cele de mai înainte rezultă că, în ipoteza $K_1=K_2$ și $r' \gg r_p$, cele două regiuni r_1' și r_2' ale epruvetelor considerate sînt egale iar eforturile unitare aplicate pe frontierele lor sînt identice. Așadar, eforturile unitare și deformațiile în puncte geometric identice sînt egale chiar și în zona plastică și deci cînd o epruvetă se rupe la un efort unitar și o deformație dată, același lucru se va produce și la a doua. De aici rezultă că factorul K_c este o constantă iar inegalitatea $r_p \ll r'$ o condiție suficientă pentru a avea un factor K_c constant. Dacă această condiție nu este îndeplinită, curgerea plastică modifică sensibil eforturile unitare în zona de rază r', proporțional cu lungimea fisurii.

Din fig. 3.1 rezultă că, în lungul axei Ox, efortul unitar σ_{y1} din regiunea r_1' este mai mare decît efortul unitar σ_{y2} în regiunea r_2'. Pentru a avea același cîmp de eforturi în interiorul zonelor r_1' și r_2', este necesar ca efortul unitar aplicat celei de-a doua epruvetă să fie mărit. În consecință, va rezulta $K_{c1} < K_{c2}$, adică factorul K_c scade cu lungimea fisurii. Pentru a-l menține constant este necesară o corecție empirică, care să dea o creștere mică lui K_c, dacă fisura este lungă și o creștere importantă — dacă aceasta este scurtă. Irwin a introdus o corecție plastică ce satisface această cerință [54]. Pentru calculul factorului critic de intensitate a eforturilor unitare el folosește o lungime efectivă a fisurii care se obține adăugînd, la lungimea reală, valoarea razei r_p a zonei plastice. Întrucît acest factor de corecție este aproximativ constant, efectele acestuia sînt neglijabile la fisurile lungi și foarte importante pentru cele scurte.

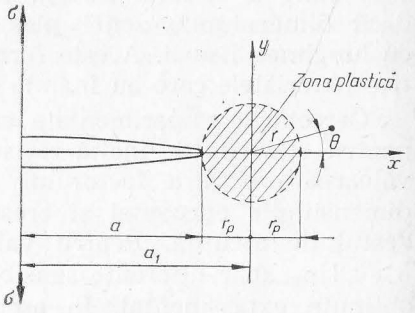


Fig. 3.2

Modelul analitic al lui Irwin se referă la o fisură reală de lungime $2a$, aflată într-o placă infinită solicitată la întindere uniformă perpendicular pe direcția lungimii fisurii (fig. 3.2). Curgerea plastică este reprezentată analitic prin introducerea unei fisuri fictive de lungime $2a_1 = 2(a + r_p)$. Vîrful fictiv al noii fisuri este situat la egală distanță între vîrful fisurii reale și frontiera plastică. Pentru un punct oarecare de pe axa Ox, efortul unitar σ_y poate fi calculat cu relația (2.51), care, pentru $r = r_p$, devine

$$\sigma_c = \frac{K}{\sqrt{2\pi r_p}}; \qquad (r_p \ll a), \tag{3.1}$$

unde σ_c este limita de curgere a materialului.

Din relația (3.1), care este scrisă pentru starea plană de eforturi unitare, se obține

$$r_p = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{K_I}{\sigma_c}\right)^2. \tag{3.2}$$

În cazul stării plane de deformație această relație se scrie astfel:

$$r_p = \frac{(1-2\mu)^2}{2\pi}\left(\frac{K_I}{\sigma_c}\right)^2. \tag{3.3}$$

Acest model poate fi utilizat în calculul factorului K utilizînd oricare din formulele stabilite în capitolul precedent, cu condiția ca în formulele respective lungimea a a fisurii să fie înlocuită prin $a_1=a+r_p$. Utilizarea rezultatelor astfel obținute este limitată de o mare restricție care se datorește faptului că formula utilizată pentru σ_y, formula (2.51), este valabilă numai pentru imediata vecinătate a vîrfului fisurii. Ca urmare, r_p și K au sens numai dacă dimensiunile zonei plastice sînt foarte mici în comparație cu lungimea fisurii. Aceste formule dau rezultate bune numai pentru materialele care au înainte de rupere deformații plastice reduse.

Cercetările experimentale efectuate de Irwin au arătat că atît pentru oțelurile de înaltă rezistență, cît și pentru aliajele de titan, valoarea critică a factorului K este independentă de forma și dimensiunile epruvetei și crestăturii dacă aceasta din urmă este destul de ascuțită. Pentru valori ale efortului unitar nominal $\sigma>0{,}8\ \sigma_c$ apar diferențe sensibile între rezultatele calculate și cele obținute experimental. În asemenea cazuri, K devine dependent de factorul geometric cu toate că K_c este o caracteristică a materialului. Măsurările lui K_c pe o mare varietate de materiale de înaltă rezistență au arătat că există o corelație între proporția ruperii fibroase observată pe suprafața de rupere și raportul [37]

$$\beta_c=\frac{1}{B}\left(\frac{K_c}{\sigma_c}\right)^2, \tag{3.4}$$

unde B reprezintă grosimea materialului. Dacă se consideră că $2r_p$ reprezintă dimensiunea zonei plastice, prin eliminarea factorului K_c între relațiile (3.1) și (3.4) se ajunge la concluzia că $\frac{\beta_c}{\pi}$ este egal cu raportul dintre dimensiunea zonei plastice și grosimea materialului. Cînd dimensiunea zonei plastice este mai mică decît grosimea ($\beta_c<\pi$), marea majoritate a ruperilor studiate prezintă mai puțin de 50% rupere fibroasă. Dacă zona plastică depășește de două ori grosimea materialului ($\beta_c>2\pi$) ruperea este aproape în întregime fibroasă. Tranziția de la ruperea ductilă la cea fragilă tinde a se produce într-o regiune unde dimensiunea zonei plastice de la extremitatea fisurii este sensibil egală cu grosimea epruvetei încercate; această tendință, observată pe un mare număr de materiale de înaltă rezistență, pare a fi o lege generală pentru aceste materiale.

3.1.2. Metoda lui Wells

Wells a modificat modelul analitic al lui Irwin luînd mai bine în calcul dimensiunile zonei plastice [38], [110]. Teoria sa este fundamentată pe existența unei deformații critice a materialului, depășirea acesteia într-o regiune oarecare a materialului conducînd la apariția ruperii în zona respectivă.

Se consideră o placă infinită avînd o fisură centrală de lungime $2a$, solicitată la întindere monoaxială perpendicular pe direcția lungimii fisurii. Dacă se amplasează vîrful fisurii fictive la egală distanță de vîrful fisurii reale și de frontiera elastoplastică, valoarea dimensiunii r_p (fig. 3.3) poate fi calculată din considerente energetice. Cunoscînd că în lungul axei Ox efortul unitar σ_y variază după legea

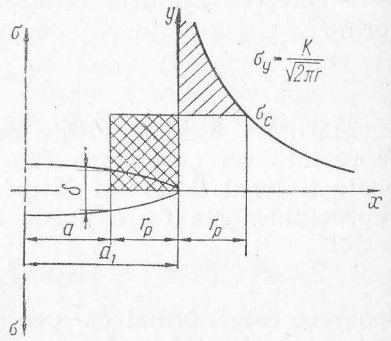


Fig. 3.3

$$\sigma_y=\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \tag{3.5}$$

și că acesta nu poate depăși valoarea limitei de curgere σ_c, pentru $0<r<r_p$, rezultă că în realitate energia elastică este mai mică decît la modelul elastic cu cantitatea corespunzătoare ariei simplu hașurate din fig. 3.3. Această micșorare a energiei este compensată de energia înmagazinată în zona plastică cuprinsă între vîrful fisurii reale și cel al fisurii analitice (aria dublu hașurată):

$$2\,r_p\,\sigma_c=\int_0^{r_p}\sigma_y\,dr=\int_0^{r_p}\frac{K}{\sqrt{2\pi r}}dr, \tag{3.6}$$

de unde rezultă

$$r_p=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{K_I^2}{\sigma_c^2}, \tag{3.2}$$

adică aceeași expresie a dimensiunii zonei plastice ca la modelul lui Irwin. Această valoare a lui r_p a putut fi dedusă din expresia lui σ_y numai ca urmare a observațiilor care i-au permis lui Wells să amplaseze vîrful fisurii analitice la mijlocul zonei plastice. Extinderea de la fisura reală de lungime $2a$ la cea analitică de lungime $2(a+r_p)$ pune în evidență o anumită discontinuitate a deschi-

derii fisurii. Mai înainte s-a arătat că deplasarea v, dirijată după direcția axei Oy, într-un punct de pe axa Ox situat în imediata vecinătate a vîrfului fisurii analitice, este dată de relația

$$v=\frac{2K_{\mathrm{I}}}{E}\sqrt{\frac{2r}{\pi}}; \quad (r\ll a), \tag{2.52}$$

Particularizînd această relație pentru $r=r_p$, rezultă deplasarea marginilor fisurii analitice în dreptul vîrfului fisurii reale. Dublul acestei mărimi reprezintă deplasarea relativă a suprafețelor de rupere care, cu ajutorul relațiilor (2.66) și (3.2), poate fi scrisă sub forma

$$\delta=2v_v=\frac{4\mathcal{G}}{\pi\sigma_c}. \tag{3.7}$$

Mărimea δ se numește deplasarea de deschidere a fisurii și reprezintă un parametru fundamental al mecanicii ruperilor care poate fi legat de $\mathcal{G}$ și K prin relații simple. Într-adevăr, cum $\mathcal{G}$ reprezintă forța de extensie a fisurii, relația (3.7) se poate scrie astfel

$$\mathcal{G}\geqslant\sigma_c\delta, \tag{3.8}$$

deoarece este normal ca, pentru zona plastică, această forță să fie mai mare decît lucrul mecanic corespunzător extensiei δ. Relația (3.8) are o sferă de aplicabilitate mai largă decît comportarea elasto-plastică din care rezultă ecuația (3.7). Wells utilizează expresia (3.8) scrisă sub formă de egalitate:

$$\mathcal{G}=\sigma_c\delta. \tag{3.9}$$

Această ecuație permite efectuarea unor noi observații asupra fisurii în mișcare: la vîrful acesteia apare o zonă plastică iar vîrful se întinde pe o distanță δ, perpendicular pe planul fisurii. Dacă materialul de la vîrf nu poate suporta această deschidere, are loc extensia fisurii.

Precizia relației (3.9) este limitată de aceleași condiții ca la modelul lui Irwin: efortul unitar nominal de pe secțiune nu poate depăși 80% din limita de curgere a materialului, adică ruperea trebuie să se producă mai înainte de apariția curgerii generale. Prin urmare, Wells a intenționat să calculeze deplasarea δ cu ajutorul unei formule care rămîne valabilă dincolo de curgerea generală a materialului.

Din relațiile (3.2), (3.9) și (2.66) rezultă

$$r_p=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\delta E}{\sigma_c}=\frac{\delta}{2\pi\varepsilon_c}, \tag{3.10}$$

unde ε_c este alungirea specifică la limita de curgere. Cu ajutorul acestei relații se poate calcula raportul dintre lungimea fisurii și dimensiunea zonei plastice:

$$\frac{a}{r_p}=\frac{2\pi\varepsilon_c a}{\delta}. \tag{3.11}$$

Același raport poate fi obținut din relația (3.5) scrisă pe frontiera elasto-plastică, adică $\sigma_y=\sigma_c$ și $r=r_p$. Ținînd seama de faptul că pentru modelul considerat $K=\sigma\sqrt{\pi(a+r_p)}$, rezultă

$$\frac{a}{r_p}=2\left(\frac{\sigma_c}{\sigma}\right)^2-1. \tag{3.12}$$

În momentul în care începe curgerea generală a materialului piesei considerate $\sigma=\sigma_c$, iar raportul de mai sus devine egal cu unitatea. Pentru stările de solicitare situate dincolo de limita de curgere a materialului, Wells presupune că δ este direct proporțional cu alungirea specifică nominală:

$$\frac{a}{r_p}=\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon}, \tag{3.13}$$

unde $\varepsilon>\varepsilon_c$. Din compararea relațiilor (3.11) și (3.13) rezultă

$$\delta=2\pi a\varepsilon. \tag{3.14}$$

Valabilitatea acestei relații a fost urmărită în decursul încercărilor la întindere efectuate pe plăci de oțel prevăzute cu crestături centrale. Rezultatele măsurării deplasării δ și alungirii specifice ε au fost folosite pentru trasarea curbei reprezentată cu linie întreruptă pe diagrama din fig. 3.4 [2]. Se observă că pentru stările de încărcare situate deasupra limitei de curgere, se obține o bună corespondență între relația (3.14) și rezultatele experimentale. Curba experimentală este situată între dreptele $\delta=2\pi a\varepsilon$ și $\delta=8a\varepsilon$.

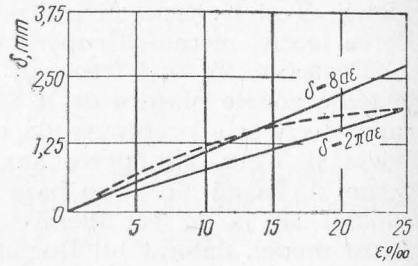


Fig. 3.4

Ecuația ultimei drepte a fost stabilită utilizînd relația (3.7) în locul relației (3.9), pentru determinarea dimensiunii zonei plastice r_p.

Deși aceste rezultate nu sînt complet concludente, dau o indicație asupra existenței unei proporționalități între deplasarea de deschidere a fisurii și deformația specifică nominală a piesei. Așa

cum se va arăta, lipsa de acuratețe a formulelor obținute se datorește imperfecțiunii modelului analitic utilizat pentru aproximarea zonei plastice. Aceste imperfecțiuni nu modifică din punct de vedere calitativ conceptul deplasării de deschidere a fisurii și relațiile de interdependență dintre δ, $\mathcal{G}$ și K.

3.2. Analiza cîmpului de eforturi unitare elasto-plastice de la vîrful fisurii

Studiul ruperii materialelor de medie rezistență a condus la următoarele trei concluzii:

a. Teoria liniară elastică a mecanicii ruperilor este incompatibilă cu curgerea materialului la vîrful fisurii deoarece acest fenomen modifică substanțial cîmpul elastic al eforturilor unitare de bază.

b. Dacă zona plastică de la vîrful fisurii este mică în comparație cu lungimea fisurii, este posibil totuși să se aducă analizei elastice unele corecții, astfel ca aceasta să poată lua în considerare efectul curgerii locale. De obicei, aceste corecții au la bază presupunerea că fisura reală poate fi înlocuită cu o fisură fictivă echivalentă, aflată într-un cîmp de eforturi unitare elastice.

c. Prezența zonei plastice la vîrful fisurii permite suprafețelor de rupere să se deplaseze independent de mișcarea vîrfului, adică fără creșterea lungimii fisurii. Această mișcare relativă a celor două suprafețe de rupere produce la vîrful fisurii o deplasare, numită deplasare de deschidere a fisurii, care, fiind proporțională cu parametrii $\mathcal{G}$ și K, poate fi utilizată ca un nou concept pentru extinderea teoriei mecanicii ruperilor.

Deoarece, în mod frecvent, la materialele de mică și medie rezistență zonele plastice de la vîrful fisurii au dimensiuni mult mai mari decît cele presupuse de corecțiile plastice introduse de către Irwin și Wells, extinderea analizei elastice la asemenea cazuri nu poate fi făcută decît pe baza utilizării unui model analitic nou, capabil să ia în considerare curgerea extensivă a materialului. Acest model, datorat lui Dugdale și Muskhelishvili, mai este denumit „modelul cu fîșii de curgere".

3.2.1. Modelul analitic a lui Dugdale și Muskhelishvili

Modelul cu fîșii sau benzi de curgere, atribuit de obicei lui Dugdale [23], este o perfecționare a modelului Irwin-Wells realizată cu ajutorul soluției obținută de Muskhelishvili [71] pentru placa plană

cu gaură eliptică, supusă unei stări liniare de eforturi unitare. Conform acestui model, condițiile în care are loc formarea și extensia fisurii satisfac următoarele ipoteze: în zona deformată plastic de la vîrful fisurii acționează un efort unitar normal, egal cu limita de curgere a materialului; zona deformată plastic de la vîrful fisurii are forma unei elipse plate; lungimea zonei plastice satisface condiția ca efortul unitar de la vîrful elipsei să aibă o valoare finită.

Se consideră o fisură centrală de lungime $2a_1$, într-o placă infinită, solicitată de sistemele de sarcini arătate în fig. 3.5.

Cînd fisura este solicitată de sistemul de sarcini A, alcătuit din eforturile unitare normale σ uniform distribuite, cîmpul de eforturi unitare și de deformații de la vîrful fisurii poate fi descris cu ajutorul funcției

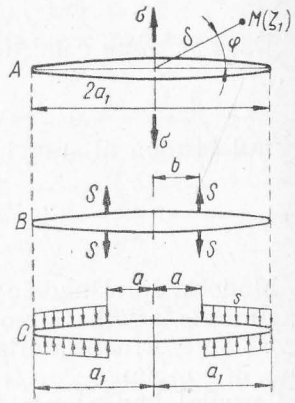


Fig. 3.5

$$Z_A = \frac{\sigma \zeta_1}{\sqrt{\zeta_1^2 - a_1^2}}, \tag{3.15}$$

în care

$$\zeta_1 = a_1 + \zeta = \rho e^{i\varphi}. \tag{3.16}$$

Pentru sistemul de sarcini B, alcătuit din forțele concentrate S aplicate la distanța b de centrul fisurii, funcția lui Westergaard are expresia

$$Z_B = \frac{2S\zeta_1 \sqrt{a_1^2 - b^2}}{\pi (\zeta_1^2 - b^2) \sqrt{\zeta_1^2 - a_1^2}}. \tag{3.17}$$

Dacă fisura este solicitată simultan de eforturile unitare uniform distribuite σ și de sarcinile s distribuite pe cele patru porțiuni ale conturului fisurii, de lungime $a_1 - a$, funcția

$$Z = Z_A - \int_a^{a_1} Z_B \, db. \tag{3.18}$$

Efectuînd integrala și introducînd notația

$$k = \frac{a}{a_1}, \tag{3.19}$$

funcția (3.18) poate fi scrisă sub forma:

$$Z=\frac{\zeta_1}{\sqrt{\zeta_1^2-a_1^2}}\left[\sigma-\frac{2s}{\pi}\left(\frac{\pi}{2}-\arcsin k\right)\right]+\frac{2s}{\pi}\left[\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{k\sqrt{\zeta_1^2-a_1^2}}{\zeta_1\sqrt{1-k^2}}\right]. \tag{3.20}$$

Dacă se pune condiția

$$k=\cos\frac{\pi\sigma}{2s}, \tag{3.21}$$

primul termen al sumei (3.20) se anulează, iar funcția

$$Z=\frac{2s}{\pi}\operatorname{arccotg}\frac{k}{\zeta_1}\cdot\frac{\sqrt{\zeta_1^2-a}}{\sqrt{1-k^2}}. \tag{3.22}$$

Modelul lui Dugdale și Muskhelishvili constă dintr-o fisură de lungime $2a$ aflată într-o placă infinită, solicitată la întindere uniformă de eforturile unitare σ, sub acțiunea cărora fisura se extinde pînă la lungimea $2a_1$ și se deschide. Aceste deplasări ale fisurii sînt parțial împiedicate de sarcina internă distribuită s, care acționează pe suprafețele fisurii numai pe porțiunile cuprinse între $x=\pm a$ și $x=\pm a_1$ (fig. 3.6). Așadar, modelul analitic imaginat de Dugdale este constituit dintr-o fisură aflată într-un cîmp de eforturi unitare elastice identic cu cîmpul creat de sistemul de sarcini C din fig. 3.5. Ca urmare, eforturile unitare și deplasările din vecinătatea vîrfului fisurii pot fi calculate cu ajutorul metodei lui Westergaard — expusă la § 2.2 — folosind pentru funcția Z expresia (3.22).

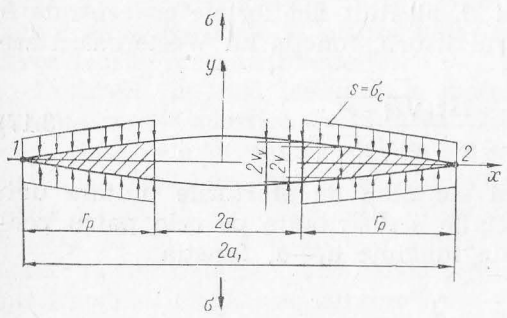


Fig. 3.6

Dugdale justifică modelul său folosind ca argument de bază observația că dacă sarcina s — distribuită pe unitatea de suprafață de rupere este egală cu limita de curgere σ_c a materialului, eforturile unitare interioare care înconjoară vîrful fisurii simulează rezemările locale derivate din zona plastică de la vîrful acesteia. Deci, modelul analitic alcătuit dintr-o fisură de lungime $2a_1$, aflată sub acțiunea simultană a eforturilor unitare σ și σ_c, corespunde unei fisuri reale de lungime $2a$, ale cărei zone plastice de la vîrfuri sînt schematizate

sub forma unor pene constituite din material aflat în stare de curgere, care au la bază grosimea $2v_v$. Aceste pene se aseamănă foarte mult cu cele observate experimental, al căror aspect este arătat în fig. 3.7.

Modelul lui Dugdale și Muskhelishvili presupune că sarcina distribuită s este constantă și egală cu limita de curgere σ_c pe toată întinderea zonei plastice cuprinsă între a și a_1. Această presupunere este corectă numai pentru metale, deoarece deplasarea v_v este mică iar creșterile deformației specifice datorate întăririi plastice a materialului sînt neînsemnate. În cazul pieselor cu variații brutale ale grosimii, la care deformația plastică se produce la volum constant, precum și la materialele care manifestă o întărire plastică importantă, eforturile unitare s aplicate pe conturul zonei plastice variază în limite largi și, ca urmare, modelul lui Dugdale nu poate fi utilizat fără a i se aduce corectări.

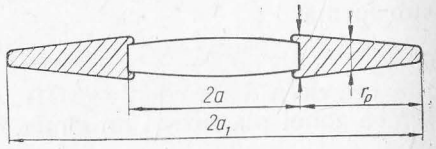


Fig. 3.7

3.2.2. Eforturi unitare și deplasări în zona elasto-plastică de la vîrful fisurii

Expresiile eforturilor unitare și deformațiilor într-un punct oarecare din vecinătatea fisurii pot fi stabilite cu ajutorul analizei lui Westergaard, fiind date de relațiile (2.34) și respectiv (2.36), în care funcția Z are expresia (3.22). Întrucît calculele sînt destul de laborioase, în cele ce urmează vor fi prezentate numai cîteva din rezultatele analizei elastice efectuate pentru modelul cu fișii de curgere.

Astfel, într-un punct oarecare de pe axa Ox, situat la distanța $x>a_1$, efortul unitar normal perpendicular pe direcția de propagare a fisurii

$$\sigma_y=\left(\sigma-\frac{2\beta\sigma_c}{\pi}\right)\coth\alpha+\sigma\left(1-\frac{1}{\beta}\operatorname{arctg}\frac{\sin 2\beta}{\cos 2\beta-e^{2\alpha}}-\frac{Qe^{\alpha}}{4\beta}\right), \tag{3.23}$$

în care:

$$\alpha=\operatorname{arc\,ch}\frac{x}{a_1};\quad \beta=\arccos\frac{a}{a_1};\quad Q=Q(\alpha,\beta). \tag{3.24}$$

Se observă că la vîrful fisurii unde $x=a_1$, rezultă $\alpha=0$ și, ca urmare, primul termen al relației (3.23) devine infinit, deoarece $\lim\limits_{\alpha\to 0}\coth\alpha=\infty$. Această discontinuitate a funcției σ_y în realitate nu are loc, deoarece fiind îndeplinită condiția (3.21), în care, con-

form presupunerii lui Dugdale $s=\sigma_c$, parametrul β se mai poate scrie sub forma:

$$\beta=\frac{\pi\sigma}{2\sigma_c} \tag{3.25}$$

și deci prima paranteză a relației (3.23) se anulează.

Ținînd seama de faptul că lungimea fisurii fictive se poate scrie sub forma

$$a_1=a+r_p, \tag{3.26}$$

din cea de-a doua relație (3.24) se poate obține raportul dintre lungimea zonei plastice și lungimea fisurii reale:

$$\frac{r_p}{a}=\sec\beta-1. \tag{3.27}$$

În punctele din imediata vecinătate a vîrfului fisurii, adică acolo unde $x\to a_1$ și $\alpha\to 0$, funcția Q este neglijabilă, iar relația (3.21) se scrie astfel:

$$\frac{\sigma_y}{\sigma}=1+\frac{1}{\beta}\operatorname{arc\,tg}\frac{\sin 2\beta}{e^{2\alpha}-\cos 2\beta} \tag{3.28}$$

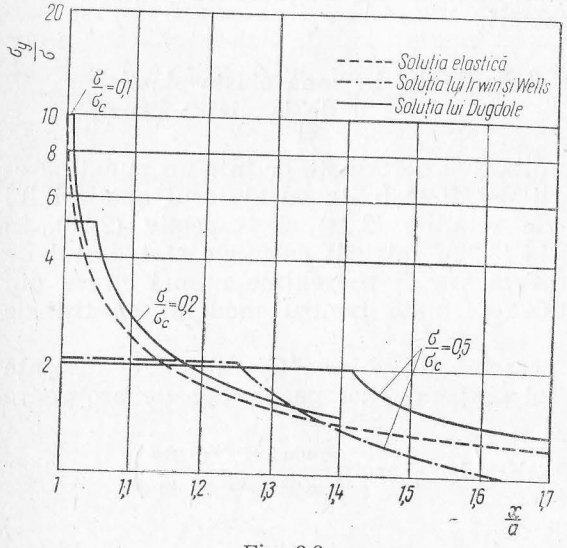


Fig. 3.8

În fig. 3.8 se arată modul de variație al raportului $\frac{\sigma_y}{\sigma}$, în funcție de raportul $\frac{x}{a}$, obținut cu ajutorul acestei relații. Pe aceeași diagramă, pentru comparație, au fost reprezentate grafic soluția elastică și cea dată de modelul Irwin-Wells. Se observă că la valori mici ale raportului $\frac{\sigma}{\sigma_c}$, modelul analitic al lui Dugdale se apropie de soluția elastică, în timp ce pentru valori mari zona plastică a acestuia este aproximativ de două ori mai întinsă decît cea a modelului Irwin-Wells. Zona elastică a cîmpului de eforturi unitare a modelului Dugdale este mai perturbată

decît aceea a modelului Irwin-Wells, intensitatea perturbației fiind proporțională cu raportul $\frac{\sigma}{\sigma_c}$. Deoarece în apropierea zonei plastice, la modelul Dugdale, eforturile unitare cresc mult, rezultă că materialul din fața vîrfului fisurii în mișcare este supus unor suprasolicitări asemănătoare celor date de solicitările la șoc.

Într-un punct de pe axa Ox situat la distanța $a<x<a_1$, deplasarea v se calculează cu relația [36]

$$v=\frac{a_1\sigma_c}{\pi E}\left[\cos\theta\cdot\ln\frac{\sin^2(\beta-\theta)}{\sin^2(\beta+\theta)}+\cos\beta\cdot\ln\frac{(\sin\beta+\sin\theta)^2}{(\sin\beta-\sin\theta)^2}\right], \tag{3.29}$$

în care:

$$\theta=\arccos\frac{x}{a_1}, \tag{3.30}$$

pentru $x=a$, adică la vîrful fisurii reale, relația (3.29) devine

$$v_v=\frac{4\sigma_c a}{\pi E}\ln\sec\beta. \tag{3.31}$$

Dezvoltînd în serie funcția $\ln\sec\beta$, această relație devine:

$$v_v=\frac{4\sigma_c a}{\pi E}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_c}\right)^2+\frac{1}{12}\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_c}\right)^4+\frac{1}{45}\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_c}\right)^6+\cdots\right]. \tag{3.32}$$

Dacă raportul $\frac{\sigma}{\sigma_c}<1$, termenii care conțin puterile superioare sînt neglijabili în raport cu primul termen al seriei, deci

$$v_v=\frac{\pi\sigma^2 a}{2E\sigma_c}. \tag{3.33}$$

Ținînd seama de notația $\delta=2v_v$ și de relațiile (2.67) și (2.66), expresia (3.33) poate fi scrisă sub forma:

$$\delta=\frac{\pi\sigma^2 a}{E\sigma_c}=\frac{K_I^2}{E\sigma_c}=\frac{\mathcal{G}_I}{\sigma_c}. \tag{3.34}$$

Așadar, a fost regăsită formula (3.9). Se poate arăta cu ușurință că relația (3.33) prezintă o bună aproximație dacă $\sigma<0{,}6\,\sigma_c$.

În cazul în care $\sigma\to\sigma_c$, relația (3.31) se scrie:

$$v_v=\frac{4\sigma_c a}{\pi E}\lim_{\beta\to\frac{\pi}{2}}(\ln\sec\beta)=C\,\frac{\sigma_c}{E}, \tag{3.35}$$

unde C este o constantă, deoarece pentru variații destul de mari ale lui β, logaritmul natural, la valori mari ale lui $\sec\beta$, tinde să

rămînă constant. Deci, în condițiile curgerii generale, creșterea deplasării de la vîrful fisurii este proporțională cu creșterea alungirii specifice. Se regăsește astfel presupunerea formulată de către Wells, anterior apariției modelului analitic al lui Dugdale.

3.3. Capacitatea de obturare a defectului

Apariția fenomenului de curgere plastică la vîrful unei fisuri este pusă în evidență de deplasările importante ale suprafețelor de rupere ce se produc fără extensia fisurii. Wells [111] și Cottrell [15], independent unul de altul, au propus drept criteriu de rupere pentru materialele elasto-plastice, deplasarea produsă la vîrful fisurii de deschiderea fără extensie a acesteia. Această mărime, notată cu δ, poate constitui un concept pentru mecanica ruperilor, deoarece este legată direct de parametrii $\mathcal{G}_I$ și K_I, ai acestei discipline, prin relații simple de forma (3.34). În mod frecvent, în literatura de specialitate, deplasarea de deschidere a fisurii este desemnată prin inițialele *C.O.D.* (crack opening displacement).

Deoarece deplasarea de deschidere a fisurii este o măsură a aptitudinii unui defect de a se deschide fără a-și mări dimensiunile, pentru mărimea δ, în prezenta lucrare se va utiliza denumirea de *capacitate de obturare a defectului.*

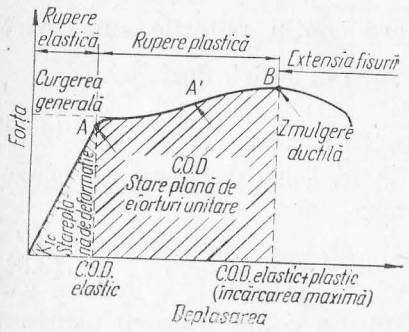


Fig. 3.9

Conceptul *C.O.D.* are o sferă de valabilitate mai largă decît variabilele mecanicii ruperilor. Dacă starea generală de solicitare se află sub limita elastică a materialului (domeniul *OA* de pe diagrama din fig. 3.9), acest concept se poate exprima cu ajutorul forței de extensie a fisurii sau al factorului de intensitate a eforturilor unitare. Dincolo de această limită, parametrii $\mathcal{G}$ și K nu mai au semnificație, în timp ce mărimea δ continuă să existe, motiv pentru care studiul său devine deosebit de util. Interesul pentru cercetarea criteriului *C.O.D.* este sporit nu numai de confirmarea experimentală a relațiilor teoretice (3.9) și (3.34), dar și de constatarea unei depline compatibilități între *C.O.D.* și conceptul temperaturii de tranziție [102].

3.3.1. Bazele teoretice ale *C.O.D.*

Teoria liniar-elastică a mecanicii ruperilor este fundamentată pe analiza lui Griffith care ia în considerare bilanțul dintre energia eliberată prin extensia fisurii și cea necesară pentru formarea noilor suprafețe de rupere. Această teorie este neconfirmată experimental la materialele care au limită de curgere, deși conceptul de bază, bilanțul energetic, nu poate fi infirmat. La aceste materiale, dacă extensia fisurii este însoțită de apariția fenomenelor plastice, o parte din energia eliberată este absorbită de deformația plastică produsă în timpul ruperii. Deci, chiar dacă are loc curgerea plastică, există totuși o relație între energia eliberată de mărirea dimensiunilor fisurii și energia absorbită cînd ruperea produce separarea fețelor fisurii din cauza deplasărilor critice. Această relație este de forma (3.9) și poate fi dedusă independent de aplicarea teoriei liniar-elastice a mecanicii ruperilor.

Dacă zonele plastice au dimensiuni mici în comparație cu lungimea fisurii, este posibil să se aducă analizei elastice mici corecții, în scopul de a o face aptă să ia în considerare efectele zonei plastice. Aceste corecții implică luarea în calcul a dimensiunii zonei plastice care, așa cum a constatat Wells, [112], [113], este direct proporțională cu deplasarea de deschidere a fisurii.

Conceptul *C.O.D.*, izvorît din încercările de a extrapola teoria liniară și la materialele nefragile, este o metodă de apreciere a anvergurii curgerii plastice. Pentru domenii limitate, la care zona plastică este redusă comparativ cu lungimea fisurii, studiile arată că există o relație unică între *C.O.D.*, mărimea zonei plastice și factorul de intensitate a eforturilor unitare.

Cercetările teoretice și experimentale bazate pe modelul analitic imaginat de Dugdale și Muskhelishvili au arătat că observațiile de mai sus sînt valabile pînă aproape de atingerea curgerii generale.

Recentele încercări de a analiza cîmpul de deformații din jurul vîrfului fisurii cu ajutorul tehnicii de calcul [15] au arătat că modelul cu fișii de curgere este utilizabil numai pînă la atingerea curgerii generale a piesei. Dincolo de acest stadiu de solicitare, cîmpul de eforturi unitare și de deformații este determinat exclusiv de conceptul *C.O.D.*, cu toate că nici teoria elastică, nici vreunul din modelele analitice nu mai sînt utilizabile.

Aceste constatări, precum și lipsa unei soluții analitice valabile pentru comportarea generală de după curgere au făcut ca mărimea δ să devină criteriu pentru aprecierea ruperii. La atingerea stării generale de curgere, aceasta cuprinde toată grosimea piesei, formîndu-se binecunoscutele linii de curgere. Este rezonabil să se pre-

supună că fenomenul de rupere se produce identic în piesă și în epruvetă, dacă liniile de curgere din jurul fisurii au la ambele aceeași configurație. Astfel, la grosimi egale, condițiile de inițiere a ruperii în structură și în epruvetă sînt caracterizate de aceeași valoare a mărimii *C.O.D.* care este o caracteristică a condițiilor de solicitare existente la vîrful fisurii.

3.3.2. Valoarea critică a *C.O.D.* la rupere

Conceptul valorii critice a *C.O.D.* pentru extensia fisurii este analog valorii critice a lui $\mathcal{G}$ sau K din teoria liniar-elastică. Atît corecțiile plastice ale analizei liniare cît și modelul cu fîșii de curgere, pentru eforturi unitare $\sigma < \sigma_c$, conduc la relația

$$\mathcal{G} = \sigma_c \delta, \tag{3.9}$$

care este independentă de considerațiile de energie de la vîrful fisurii. Astfel dacă la un material dat ruperea apare la atingerea unei valori critice a lui $\mathcal{G}$ sau K, în baza relației de mai înainte, aceasta determină valoarea critică a lui δ. La materialele la care teoria liniar-elastică a mecanicii ruperilor este inaplicabilă, valoarea critică a *C.O.D.* constituie singurul concept valabil pentru estimarea ruperii, întrucît extensia fisurii este determinată exclusiv de fenomenele care au loc la vîrful acesteia și de proprietățile materialului. Cînd apare curgerea, starea de eforturi unitare nu mai este capabilă să definească condițiile de la vîrful fisurii și în acest scop se folosesc deformațiile specifice ori deplasările. Conceptul *C.O.D.*, care satisface aceste cerințe, furnizează o indicație asupra condițiilor locale de la vîrful fisurii. Fără a fi parametrul fundamental care guvernează ruperea, valoarea critică a *C.O.D.* reflectă atingerea condițiilor critice la vîrful fisurii. Mărimea δ are dimensiunile lungimii și reprezintă parametrul care definește rezistența la ruperea brutală a materialelor cu comportare elasto-plastică. Principalul avantaj al conceptului *C.O.D.* este acela că măsurarea parametrului δ poate fi făcută prin procedee simple, nefiind necesară pentru aceasta cunoașterea întregii distribuții de la vîrful fisurii, a cărei determinare experimentală nu poate fi făcută cu precizie datorită dimensiunilor limitate ale captorilor.

Este cunoscut că la un material dat, tenacitatea ruperii este funcție de temperatură, de intensitatea solicitării și de efectul triaxialității eforturilor unitare create la vîrful fisurii. Cercetările experimentale [4], [13], [113] demonstrează că acești factori afectează în egală măsură și valoarea critică a *C.O.D.* Rezultatele obținute atestă că efectul triaxialității, care este mai pronunțat atunci cînd grosimea

materialului este variabilă, prezintă un minimum în cazul stării plane de deformație. Se constată de asemenea o deplină concordanță între momentul atingerii temperaturii de tranziție și cel al atingerii valorii critice a *C.O.D.*

Efectuarea unui număr foarte mare de încercări, pentru un spectru larg de valori ale temperaturii, în decursul cărora au fost măsurate simultan atît tenacitatea ruperii, cît și deplasarea de deschidere a fisurii, a permis stabilirea corelației dintre aceste două mărimi și a domeniului de temperaturi în care fiecare are semnificație fizică. Astfel s-a ajuns la concluzia că pentru oțelurile de mică și medie rezistență, parametrii teoriei liniar-elastice a mecanicii ruperilor au semnificație numai la temperaturi mai mici decît temperatura de tranziție, în timp ce la această temperatură precum și la orice altă temperatură superioară singurul concept utilizabil este acela al *C.O.D.* [14]. Rezultatele experiențelor amintite confirmă deplina echivalență între rapoartele $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$ și $\left(\frac{\delta}{\varepsilon_c}\right)$. Ca urmare, pentru oțelurile de mică și medie rezistență care prezintă o sensibilitate deosebită în raport cu viteza de variație a deformației specifice, dincolo de o valoare bine determinată a temperaturii, inițierea ruperii va putea fi caracterizată prin valoarea *C.O.D.*, dacă sarcinile sînt aplicate static și prin valoarea K_{Ic} de la starea plană de deformație dinamică, dacă sarcinile se aplică cu șoc.

Dacă regiunea afectată de curgerea materialului are dimensiuni excesive, definirea condițiilor de la vîrful fisurii nu mai poate fi făcută cu ajutorul criteriului *C.O.D.* deoarece unicitatea acestuia este discutabilă [13]. În aceste condiții, relația dintre sarcina aplicată, lungimea fisurii și deplasarea de deschidere a fisurii poate fi considerabil afectată de aspectul curgerii, care are repercusiuni însemnate asupra triaxialității eforturilor unitare de la vîrful fisurii. Deși la modelul cu fîșii de curgere extinderea zonelor plastice este limitată numai la planul fisurii, totuși relația dintre *C.O.D.* și deformația nominală se verifică experimental chiar și pentru stări de eforturi unitare foarte apropiate de limita de curgere.

Studiile teoretice efectuate cu ajutorul calculatoarelor electronice [15] și verificările experimentale arată că în cazul pieselor solicitate la întindere dincolo de limita de curgere, pentru materialele care se întăresc în zona plastică, modelul lui Dugdale conduce la valori ale *C.O.D.* mai mari decît cele reale. Diferențele de triaxialitate date de diferitele moduri de curgere modifică domeniul de temperaturi la care se produce tranziția valorii critice a *C.O.D.* Ca urmare, între temperatura de tranziție a epruvetei solicitate la încovoiere și cea a epruvetei solicitate la întindere pot apărea dife-

rențe de 10—20°C, iar între temperatura de tranziție determinată pe epruveta cu crestătură mecanică și cea obținută pe epruveta cu fisură de oboseală — diferențe de pînă la 40°C.

Valorile critice măsurate ale *C.O.D.* sînt afectate de un grad de împrăștiere însemnat chiar dacă tehnica și metodologia utilizate sînt perfecte [117]. Dacă la încercările care urmăresc determinarea tenacității ruperii, pentru starea plană de deformație, sub sarcini mici, rezultatele obținute pot avea o împrăștiere de $\pm 20\%$, întrucît valoarea critică a *C.O.D.* este direct proporțională cu pătratul parametrului K_{Ic}, măsurarea acestei mărimi conduce la rezultate care, din punct de vedere teoretic, pot avea o împrăștiere de $\pm 40\%$. Pentru un material dat, la o stare de eforturi unitare determinată, domeniul temperaturii de tranziție depinde de relația dintre tenacitatea ruperii K_{Ic}, limita de curgere și grosimea materialului. Astfel dacă pentru o grosime și o temperatură dată parametrul K_{Ic} se află la limita capacității de măsurare, cel puțin jumătate din rezultatele afectate de împrăștierea de $\pm 20\%$ sînt obținute ca urmare a nerespectării condițiilor stării plane de deformație. Deci gradul înalt de împrăștiere al rezultatelor măsurării *C.O.D.*, obținut în domeniul de tranziție, ca urmare a variației proprietăților materialului este inerent metodei și este inevitabil.

Aprecierile făcute asupra criteriului *C.O.D.* sînt valabile și pentru construcțiile sudate, dacă defectele cordonului de sudură afectează întreaga grosime a epruvetei.

3.3.3. Factorii care influențează valoarea critică a *C.O.D.* la rupere

Natura materialului. Ca și K_{Ic} valoarea critică *C.O.D.* este influențată de compoziția chimică, de tratamentele termice ale materialului și de mărimea grăunților acestuia. În general, această valoare crește odată cu coborîrea rezistenței de rupere a materialului. Astfel, pentru rezistențe de rupere mai mari de 900 N/mm² rezultă valori $\delta_c < 0{,}2$ mm, pentru $\sigma_r > 600$ N/mm² — valori $\delta_c < 0{,}45$ mm iar pentru $\sigma_r > 400$ N/mm² — valori $\delta_c < 1{,}4$ mm [73].

Temperatura. Cercetările experimentale au arătat că, pentru toate tipurile de oțeluri, valoarea critică a *C.O.D.* crește cu temperatură, pînă la atingerea temperaturii de tranziție, după care rămîne practic constantă. În fig. 3.10 se prezintă curbele de variație pentru trei oțeluri, determinate pe epruvete cu grosimea de 16 mm [30]. În toate trei cazuri crestătura a fost realizată pe cale mecanică iar grosimea laminatului din care s-a executat epruveta a fost egală cu aceea a epruvetei (încercările efectuate pe epruvete avînd grosimea diferită de aceea a semifabricatului prezintă, în general, un interes limitat iar rezultatele obținute sînt afectate de un grad de împrăștiere mai ridicat).

Acuitatea concentratorului. Un efect deosebit asupra valorii critice a *C.O.D.* este dat de intensitatea concentrărilor de eforturi unitare de la vîrful fisurii. Pentru a se pune în evidență acest efect, în fig. 3.11 au fost reprezentate curbele de variație în funcție de temperatură ale valorii critice a *C.O.D.* determinată în aceleași condiții, pe epruvete cu fisura executată prin prelucrare mecanică și pe epruvete fisurate prin oboseală [30]. În ambele cazuri, epruveta a avut grosimea de 16 mm iar lungimea fisurii a fost de 3,2 mm. Pentru epruvetele fisurate prin oboseală, după ce fisura a atins lungimea de 3,2 mm, peste aceasta a fost suprapusă o crestătură frezată, cu lățimea de 0,2 mm și lungimea de 2 mm, cu scopul de a se realiza măsurarea deplasării de deschidere a fisurii, în aceleași condiții ca la epruveta cu crestătură prelucrată mecanic. Din diagrame rezultă că la ambele tipuri de epruvete tranziția are aceeași alură, dar la epruvetele cu fisură de oboseală aceasta are loc la temperaturi mai ridicate.

Interesul pentru utilizarea fisurilor de oboseală este deosebit, deoarece astfel încercarea de *C.O.D.* se apropie de realitate; în plus, fisurile fiind mai ascuțite, sînt necesare temperaturi mai puțin co-

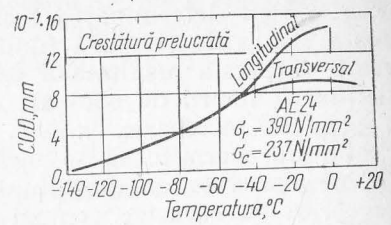


Fig. 3.10

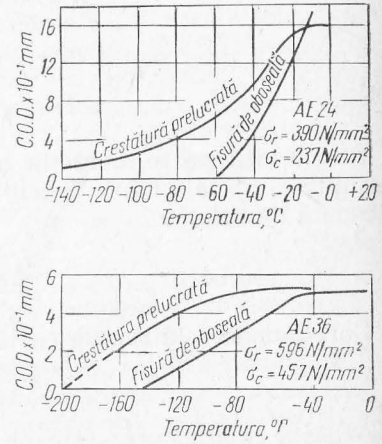


Fig. 3.11

borîte pentru determinarea tranziției valorilor *C.O.D.* În afară de aceasta, fisura de oboseală fiind mai reproductibilă decît crestătura frezată, dispersia rezultatelor este mai redusă. Singurul dezavantaj al utilizării fisurii de oboseală este acela că, în cazul seriilor mari de epruvete, încercarea va avea un cost ridicat. Paralelismul curbelor obținute permite să se facă presupunerea că rezultatele obținute pe epruvete cu crestătură frezată sînt satisfăcătoare pentru încercările cu caracter comparativ, efectuate în același laborator pentru diverse oțeluri. De asemenea la ambele tipuri de epruvete aspectul ruperii este același.

Ecruisarea materialului. Există o legătură directă între înrăutățirea calităților materialului și diminuarea valorii critice a *C.O.D.* În general, tratamentele de ecruisaj sau de îmbătrînire conduc la micșorarea valorii critice a *C.O.D.* cu cel puțin 20%, iar în cazurile extreme se poate ajunge pînă la 300%. În afară de această micșorare, curba de tranziție a *C.O.D.* suferă translații serioase în direcția valorilor pozitive ale temperaturii.

3.3.4. Relația dintre eforturile unitare aplicate, lungimea fisurii și *C.O.D.* în timpul deformației

Utilizarea modelului analitic al lui Dugdale și Muskhelishvili pentru studierea cîmpului de eforturi unitare și de deplasări de la vîrful unei fisuri centrale situată într-o placă plană permite obținerea relației [36]

$$\delta = \frac{8\sigma_c a}{\pi E} \ln \sec \frac{\pi\sigma}{2\sigma_c}, \tag{3.36}$$

care rezultă din relația (3.31) ținînd seama de (3.25) precum și de faptul că

$$\delta = 2\, v_v.$$

Pe de altă parte, corecția adusă de Wells teoriei liniar-elastice presupune că la vîrful fisurii există o zonă plastică a cărei rază este dată de relația

$$\frac{r_p}{a} = \frac{E\delta}{2\pi\sigma_c a}. \tag{3.37}$$

Corelînd această relație cu relația (3.36), se obține

$$\frac{r_p}{a} = \frac{4}{\pi^2} \ln \sec \frac{\pi\sigma}{2\sigma_c}. \tag{3.38}$$

Această relație, care este pe deplin verificată experimental pentru plăcile plane, dă erori însemnate în cazul plăcilor curbe și al

învelișurilor. Cercetările făcute de Folias [21] au arătat că, în condiții elastice, la plăcile cilindrice raza zonei plastice de la vîrful fisurii este mai mare decît la placa plană, raportul lor de proporționalitate fiind

$$1+1{,}6\,\frac{a^2}{Rh}, \tag{3.39}$$

unde R este raza de curbură a plăcii cilindrice iar h — grosimea acesteia.

Astfel, dimensiunile zonei plastice de la vîrful unei fisuri situate într-un înveliș cilindric sînt date de relația [114]:

$$\frac{r_p}{a} = \frac{4}{\pi^2}\left(1+1{,}6\,\frac{a^2}{Rh}\right) \ln \sec \frac{\pi\sigma}{2\sigma_c}. \tag{3.40}$$

Ca urmare, deplasarea de deschidere a fisurii

$$\delta = \frac{8\sigma_c a}{\pi E}\left(1+1{,}6\,\frac{a^2}{Rh}\right) \ln \sec \frac{\pi\sigma_t}{2\sigma_c}, \tag{3.41}$$

în care σ_t reprezintă efortul unitar circumferențial. Această relație, stabilită în urma studierii ruperilor brutale a recipientelor și conductelor sub presiune, conduce în general la valori mai mici ale *C.O.D.* decît cele obținute experimental, dar suficient de apropiate de acestea. Pentru a se ilustra acest lucru, în fig. 3.12 au fost reprezentate curbele de variație ale deplasării de deschidere a fisurii δ funcție de efortul unitar circumferențial σ_t, obținute experimental, alături de cele teoretice, calculate cu relația (3.41) precum și cu alte relații indicate pe figură [21].

Se observă că cea mai bună concordanță cu rezultatele experimentale o dă curba trasată cu ajutorul relației (3.41). Această concordanță nu este afectată de dimensiunile defectului, păstrîndu-se de-a lungul întregului ciclu de încărcare-descărcare. Efectul dimensiunilor defectului asupra relației dintre *C.O.D.* și efortul unitar circumferențial este prezentat în fig. 3.13, în care se arată diagramele de variația ale raportului $\frac{\delta}{\varepsilon_c}$ funcție de raportul $\frac{\sigma_t}{\sigma_c}$, [21].

Curbele reprezintă valorile medii ale *C.O.D.*, măsurate continuu în timpul încercării pînă la rupere, pe recipiente cu diametrul de 1 525 mm, mantaua cilindrică avînd grosimea de 25 mm.

În cazul încărcărilor repetate, trebuie să se țină seama de faptul că deplasările produse de prima încărcare pot determina fragilizarea materialului după descărcare, cauzînd creșteri ale fisurii prin oboseală.

Dacă pentru prima încărcare, de la zero și pînă la sarcina maximă, deplasarea de deschidere a fisurii se calculează cu relația (3.41), pentru stările de solicitare ulterioare determinarea acesteia se face cu relația [21]

$$\delta' = \frac{16\sigma_c a}{\pi E}\left(1+1{,}6\,\frac{a^2}{Rh}\right)\ln\sec\frac{\pi\sigma'}{4\sigma_c}, \qquad (3.42)$$

în care $\sigma' = \sigma_{max} - \sigma_t$, pentru descărcare și $\sigma' = \sigma_t$, pentru reîncărcare.

Atît relația (3.41), cît și (3.42) dau rezultate care concordă bine cu realitatea dacă solicitarea aplicată recipientului dă eforturi unitare situate în domeniul elastic. În cazul în care apar curgeri locale,

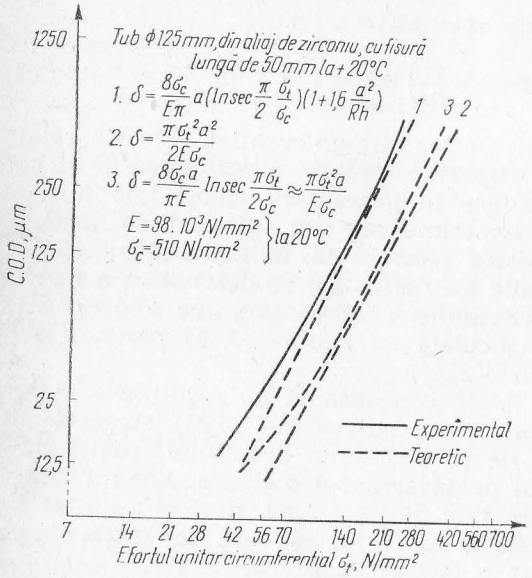


Fig. 3.12

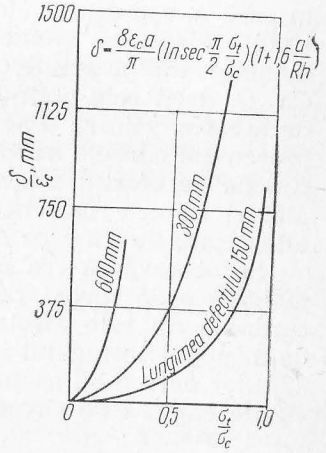


Fig. 3.13

tubul sau recipientul prezintă umflături iar corecția introdusă de Folias conduce la valori ale *C.O.D.* mai mici decît cele obținute experimental. Pentru încărcările ulterioare primei solicitări, diferențele dintre teorie și experiență sînt mai mici datorită tendinței de revenire pe care o au umflăturile. În general, se consideră că pentru $\delta < 0{,}25$ mm, condiția de solicitare elastică este îndeplinită, deformările locale fiind neînsemnate.

4. MĂSURAREA TENACITĂȚII RUPERII

4.1. Principiile fundamentale ale proiectării și încercării epruvetelor

Pentru materialele metalice de înaltă rezistență, marea majoritate a normelor și specificațiilor de mecanica ruperilor determină tenacitatea ruperii pentru primul mod de propagare a fisurii, în condițiile stării plane de deformație, folosind epruvete cu crestături. Obținerea parametrului K_{Ic} se face încărcînd progresiv epruveta crestată, de dimensiuni convenabile, pînă în momentul în care, fisura extinzîndu-se brusc, epruveta se rupe. Valoarea factorului de intensitate a eforturilor unitare K_I corespunzătoare sarcinii la care are loc extensia fisurii se notează cu K_{Ic} și reprezintă tenacitatea ruperii [95]. Această mărime este funcție de temperatură și de condițiile de încărcare.

Cu toate că s-a stabilit că tenacitatea K_{Ic}, la un număr însemnat de materiale, este independentă de forma și dimensiunile epruvetei, este necesar totuși ca determinările să se facă după norme precise, care descriu condițiile de validare a valorilor K_{Ic} obținute din încercări și impun limitele minime ale dimensiunilor epruvetelor și limitele maxime ale deviației de la liniaritate a relației dintre forță și deplasare.

4.1.1. Proprietatea caracteristică a materialului

Pentru a înțelege importanța factorilor care trebuie luați în considerare la proiectarea epruvetelor este necesar ca studiul să înceapă cu cea mai simplă configurație posibilă a fisurii, adică aceea a unei fisuri circulare, axial simetric, aflată într-un corp ale cărui dimensiuni sînt suficient de mari pentru ca efectul suprafețelor sale de margine asupra cîmpului de eforturi unitare al fisurii să fie neglijabil. Inițial, înainte de aplicarea sarcinii, fisura — care poate

fi asimilată cu un disc avînd marginile ideal ascuțite — este liberă de orice cîmp autoechilibrat de eforturi unitare produs de eventualele tensiuni remanente din piesă. Ca urmare a încărcării statice, normal pe suprafața fisurii acționează efortul unitar σ, care produce la vîrful acesteia un cîmp de eforturi unitare al cărui factor de intensitate este dat de relația

$$K_I = 2\sigma\sqrt{\frac{a_{ef}}{\pi}}, \qquad (4.1)$$

unde $2a_{ef}$ este diametrul efectiv al fisurii. Dacă efortul unitar σ este mic în comparație cu limita de curgere a materialului, diametrul efectiv al fisurii nu este prea diferit de diametrul real $2a$. Valoarea diametrului efectiv se calculează cu relația [55]:

$$2a_{ef} = 2a + \frac{K_I^2}{3\pi\sigma_c^2}, \qquad (4.2)$$

în care termenul suplimentar reprezintă estimarea făcută de Irwin pentru zona plastică de la vîrful fisurii, în cazul stării plane de deformație, fisura elasto-plastică putînd fi înlocuită cu o fisură elastică echivalentă.

Pentru a se obține o determinare satisfăcătoare a mărimii K_{Ic} este necesar să se înregistreze diagrama de variație a sarcinii aplicate în funcție de deplasările relative ale suprafețelor fisurii, folosind captori suficient de sensibili, astfel încît extensia fisurii să poată fi pusă în evidență cu ușurință. Presupunînd că măsurarea se referă la o fisură ascunsă, deplasarea pe unitatea de sarcină va fi constantă atît timp cît diametrul efectiv al fisurii rămîne constant, și va crește cînd mărimea $2a_{ef}$ crește. În consecință, diagrama forță-deplasare va fi liniară dacă nu sînt schimbări apreciabile ale diametrului $2a_{ef}$. În cazul ideal în care diametrul real $2a$ este mare în comparație cu raportul $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)$, diagrama forță-deplasare va fi liniară pînă în momentul în care epruveta începe să se rupă (fig. 4.1, curba *a*). Valoarea K_{Ic} poate fi calculată cu ajutorul ecuației (4.1), după ce a fost măsurată valoarea forței maxime și diametrul fisurii.

Din ecuația (4.1) rezultă că dacă diametrul real $2a$ este mai mic decît $\frac{\pi}{2}\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$ factorul de intensitate a eforturilor unitare atinge valoarea critică pentru eforturi unitare σ mai mari decît limita de curgere a materialului. În această situație, epruveta va suferi deformații plastice însemnate înaintea ruperii, iar diagrama forță-deplasare va fi neliniară, avînd aspectul curbei *b* din fig. 4.1. Uneori, ruperea poate apărea brusc, fără ca atingerea sarcinii maxime să fie precedată de o creștere însemnată a lungimii fisurii. Deoarece cîmpul de eforturi unitare al fisurii nu poate fi mai întins decît cel asociat fisurii elastice echivalente, valoarea K_I ce poate fi calculată formal din sarcina maximă nu reprezintă valoarea critică a factorului de intensitate a eforturilor unitare.

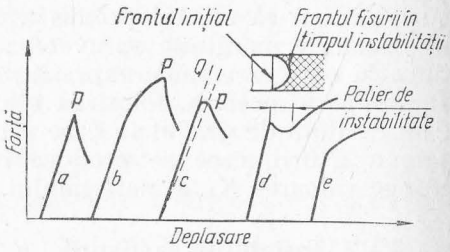


Fig. 4.1

Diametrul fisurii este dimensiunea caracteristică a epruvetei care servește la determinarea valorii K_{Ic} [11]. Pentru ca măsurarea să fie validă este necesar ca această dimensiune să fie mai mare decît o anumită valoare limită care este proporțională cu raportul $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$. Acest raport este o proprietate caracteristică a materialului avînd dimensiunile unei lungimi, care într-un anumit fel este o măsură mai concludentă a tenacității decît K_{Ic}. Limitele inferioare uzuale ale diametrului fisurii nu pot fi deduse numai din considerente teoretice; acestea trebuie stabilite empiric din rezultatele unui mare număr de încercări de probă.

Dacă diametrul $2a$ este numai cu puțin mai mare decît limita inferioară uzuală, înregistrarea forță-deplasare poate rezulta puternic neliniară în punctul de sarcină maximă (curba *c*). Asemenea înregistrări sînt destul de frecvente iar neliniaritatea poate fi dată de extensiile neregulate ale fisurii în decursul stadiilor inferioare de încărcare, sau de deformațiile plastice din jurul frontului acesteia. Cînd neliniaritatea nu este prea mare, valoarea K_{Ic} poate fi determinată din sarcina maximă. Neliniaritatea este permisă dacă nu dă o creștere a diametrului inițial al fisurii, produsă ca urmare a apariției zonei plastice, mai mare de $0{,}1\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$. Această cerință este echivalentă cu limitarea diferenței pantelor dreptelor Q și P, care reprezintă, respectiv, încărcarea inițială și secanta punctului ce corespunde sarcinii maxime.

Măsurarea valorii K_{Ic} folosind epruvete cu fisură circulară, epruvete rotunde cu crestătură inelară ori epruvete cu fisuri de suprafață, deși în principiu este lipsită de complicații, nu se practică pe o scară prea largă deoarece astfel de epruvete sînt ineficiente în raport cu volumul materialului și forțele mari necesare pentru

determinarea mărimii K_{Ic} la un material dat. Ca urmare, au fost create numeroase tipuri de epruvete de secțiune dreptunghiulară avînd o fisură străpunsă pe toată grosimea materialului. Între acestea un loc însemnat îl ocupă plăcile. De obicei, dimensiunile epruvetei de tipul placă nu sînt destul de mari în raport cu dimensiunile fisurii pentru ca efectul produs asupra cîmpului de eforturi unitare al fisurii de marginile epruvetei să poată fi neglijat, fapt care conduce la obținerea unor expresii mai complicate pentru factorul K_I. În afară de aceasta, folosirea eficientă a epruvetei de tipul placă este limitată de gradul în care este stăpînit fenomenul de instabilitate a fisurii, care se produce în momentul în care factorul K_I atinge valoarea K_{Ic} a materialului.

4.1.2. Instabilitatea fisurii

În timpul încărcării statice pînă la rupere a unei epruvete, fisura acesteia poate avea mai multe moduri de comportare, ce pot fi caracterizate prin legea de variație în timp a lungimii fisurii. Astfel, înainte de apariția extensiei brutale a fisurii, care conduce, de obicei, la ruperea epruvetei, lungimea fisurii poate rămîne constantă sau, poate crește monoton ori în salturi de amplitudini mai mici sau mai mari.

Creșterea bruscă, în salturi, a lungimii fisurii pune în evidență faptul că viteza de propagare a acesteia are discontinuități. Apare deci un fenomen de instabilitate a propagării fisurii care precede extensia acesteia, cu un interval de timp diferit de la o epruvetă la alta. În decursul producerii acestui fenomen, creșterea lungimii fisurii nu mai rămîne proporțională cu creșterea sarcinii aplicate epruvetei, iar viteza de propagare a fisurii se apropie de valoarea critică, ceea ce are ca efect curbarea frontului fisurii (v. fig. 2.29).

Cercetările experimentale efectuate pe plăci late prevăzute cu fisuri centrale străpunse au arătat că dacă lungimea $2a$ a fisurii și grosimea B a plăcii sînt mari în comparație cu raportul $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)_2$, fenomenul de instabilitate a fisurii nu are loc, iar înregistrarea forță-deplasare este asemănătoare cu cea obținută pentru epruvetele cu fisură circulară de diametru mare [7]. Dacă grosimea B se află într-un anumit domeniu de valori, la sarcina corespunzătoare valorii K_{Ic} epruvetele nu se rup complet, deoarece avansarea bruscă a frontului fisurii se produce numai la mijlocul grosimii, în timp ce spre suprafețele laterale ale epruvetei propagarea este frînată de zona de curgere plastică, ale cărei dimensiuni sînt mai mari la marginea grosimii decît în centru. Această curbare a frontului fisurii este o consecință a instabilității propagării fisurii, caracterizată de apariția unui prag pe înregistrarea forță-deplasare, care pune în evidență faptul că în decursul acestui fenomen deplasările cresc foarte mult în comparație cu sarcina (curba d din fig. 4.1). S-a observat că fenomenul de instabilitate a frontului fisurii este mai pronunțat la epruvetele cu crestătură prelucrată decît la cele cu fisură de oboseală. Intensitatea acestuia scade odată cu micșorarea grosimii epruvetei, fiind din ce în ce mai greu de sesizat din cauza aspectului caracteristic pe care îl are înregistrarea forță-deplasare (curba e). Explicația constă în faptul că fenomenul respectiv fiind legat de aspectul zonei plastice, cînd grosimea este mai mică decît $2{,}5\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$, constrîngerea dată de suprafețele laterale ale plăcii se întinde pe toată grosimea acesteia, cu mult înaintea atingerii valorii K_{Ic} [67]. Ca urmare, primul mod de propagare a fisurii este puternic influențat de deformația plastică și deci înregistrarea prezintă numeroase modificări de pantă, avînd aspectul unei linii frînte.

Așadar, epruveta de tipul placă lată are două dimensiuni caracteristice independente: lungimea fisurii și grosimea materialului, care trebuie să nu depășească anumite limite, proporționale cu raportul $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$, astfel ca măsurarea valorii K_{Ic} să fie corectă. O îmbunătățire suplimentară a eficienței epruvetei poate fi obținută prin scăderea lățimii w astfel încît raportul $\frac{2a}{w}$ să fie supraunitar. Dacă acest raport depășește o anumită valoare, trebuie introdusă o a treia dimensiune caracteristică: lățimea nefisurată $\left(\frac{w}{2}-a\right)$. Cînd vîrful fisurii se apropie de marginile epruvetei, dimensiunea zonei plastice devine comparabilă cu lățimea nefisurată iar simplificarea studierii cîmpului de eforturi unitare obținută prin înlocuirea fisurii reale cu o fisură elastică echivalentă nu mai poate fi utilizată. Și pentru această a treia dimensiune caracteristică poate fi stabilită o limită inferioară, proporțională cu raportul $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$ pe baza unor încercări de probă.

4.2. Calibrarea epruvetelor

Factorul de intensitate al eforturilor unitare de la vîrful fisurii K_I, pentru o epruvetă, este egal cu produsul dintre sarcina aplicată și o funcție care depinde de forma și dimensiunile epruvetei

precum și de geometria fisurii. Operația de determinare a acestei funcții este numită calibrarea tipului de epruvetă sau calibrarea K. Pentru efectuarea etalonării sînt folosite diferite metode matematice sau experimentale de analiză a eforturilor unitare, toate acestea avînd la bază presupuneri simplificatoare relative la configurația epruvetei și la distribuția sarcinilor aplicate, de care trebuie să se țină seama în obținerea rezultatelor, pentru ca erorile care afectează măsurarea valorii K_{Ic} să fie minime [95].

Metoda experimentală cea mai folosită pentru obținerea calibrării K este aceea bazată pe măsurarea repetată a complianței unei epruvete a cărei crestătură este adîncită progresiv după fiecare încărcare [56]. Pentru simularea fisurii se folosește crestătura frezată, deoarece nu este posibil să se realizeze prin oboseală o fisură plană de dimensiuni suficiente și precise. Cel puțin aparent, la lungimi egale, complianța epruvetei fisurate este mai mică decît cea a epruvetei crestate. Aceasta nu afectează prea mult valoarea factorului de intensitate, deoarece K este funcție de derivata complianței în raport cu lungimea fisurii, care depinde în mai mică măsură de natura defectului decît complianta însăși.

Folosind rezultatele obținute la § 2.2.3, factorul de intensitate se poate exprima cu ajutorul relației

$$K_I = P\sqrt{\frac{E}{2B}\cdot\frac{\partial C}{\partial a}}. \qquad (4.3)$$

care se deduce din formulele (2.47) și (2.66) prin eliminarea forței de extensie a fisurii $\mathcal{G}_I$.

Pentru măsurarea complianței este avantajos să se folosească epruvete cît mai mari, deoarece deplasările crescînd proporțional cu dimensiunile, pot fi măsurate cu precizii mai ridicate. Din același motiv sînt preferate epruvetele solicitate la încovoiere decît cele de întindere, care sînt mai rigide. Este necesar să se acorde o atenție deosebită preciziei cu care se măsoară complianța, deoarece operațiunea de diferențiere fiind susceptibilă de erori sensibile, valoarea factorului K ar putea fi afectată de împrăștieri prea mari.

Cel mai important avantaj al metodei de calibrare bazate pe măsurarea complianței este acela că configurația reală și distribuția sarcinii, la epruveta folosită pentru determinarea mărimii K_{Ic}, poate fi bine modelată de calibrarea K.

Metodele matematice de calibrare pot oferi precizii înalte, mai ales atunci cînd sînt adaptate tehnicii de calcul. Marea majoritate a rezultatelor prezentate la § 2.2.5 au fost obținute în acest fel; rezultatele sînt considerate exacte, dacă conduc la erori mai mici de 1%.

În general, acuratețea cu care este realizată calibrarea pentru o epruvetă dată depinde de compatibilitatea dintre proiectul acesteia și modelul matematic pe care se bazează calibrarea respectivă.

4.3. Dimensiunile optime ale epruvetelor

Acuratețea cu care K_{Ic} descrie natura ruperii la materiale reale depinde de exactitatea cu care factorul de intensitate reprezintă condițiile eforturilor unitare și deformațiilor specifice din zona în care are loc procesul ruperii. Cu toate că această reprezentare este exactă numai în absența totală a deformației plastice, pentru multe scopuri practice se poate presupune că zona plastică este mică în comparație cu vecinătatea din jurul fisurii în care factorul K dă o aproximație satisfăcătoare a cîmpului exact de eforturi unitare elastice [63]. Așadar, utilitatea factorului K ca parametru descriptiv al procesului de rupere crește odată cu micșorarea dimensiunilor relative ale zonei plastice. Deoarece însă regiunea din jurul fisurii în care eforturile unitare elastice pot fi descrise de K variază cu geometria piesei și întrucît în zona plastică frontul fisurii are o formă complexă, este puțin probabil că un singur parametru poate fi utilizat la determinarea dimensiunilor minime ale epruvetei, astfel încît valoarea K_{Ic} să poată fi obținută cu acuratețea dorită. Cu toate acestea, raportul $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)$ reprezintă un parametru caracteristic al zonei plastice, ce poate servi la estimarea dimensiunilor epruvetei. Condiția necesară pentru ca măsurarea parametrului K_{Ic} să fie bine executată, este ca fiecare din cele trei dimensiuni caracteristice ale epruvetei: grosimea, lungimea fisurii și lățimea nefisurată, să depășească anumiți multipli ai acestui raport, determinați în urma unor încercări K_{Ic} de probă. Astfel pot fi stabilite limitele inferioare ale dimensiunilor epruvetelor pentru care K_{Ic} rămîne constant.

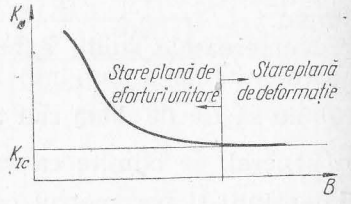


Fig. 4.2

S-a arătat la § 2.4 că atunci cînd grosimea materialului crește se trece în mod progresiv de la ruperea prin forfecare la cea prin clivaj (v. fig. 2.31). Aceasta va avea ca repercusiune variația mărimii K_c cu grosimea după o curbă de genul celei arătate în fig. 4.2. Se observă că pentru grosimi suficiente, K_c tinde spre o valoare constantă care corespunde limitei inferioare de rezistență la propagarea fisurii. Aceasta este

deci valoarea cea mai interesantă ce trebuie determinată prin încercările de mecanica ruperii, deoarece permite calculul dimensiunilor maxime admisibile ale unei fisuri la care nu se produce încă ruperea brutală [29].

Pînă acum cerințele impuse lungimii fisurii și lățimii nefisurate nu au fost stabilite direct. În loc de a proceda astfel s-a făcut presupunerea că epruveta corespunde dimensional dacă raportul dintre efortul unitar nominal și limita de curgere a materialului este mai mic decît o anumită valoare ce depinde de tipul epruvetei. Astfel, pentru epruvetele plate simetric încărcate, solicitate la întindere, raportul $\frac{\sigma_{nominal}}{\sigma_{curgere}}$ poate avea valoarea 0,8 iar pentru epruvetele cu o singură crestătură laterală, solicitate la întindere sau la încovoiere, acest raport poate fi apropiat de unitate. Acest procedeu de determinare a celor două dimensiuni caracteristice are următoarele două dezavantaje: efortul unitar nominal este o mărime arbitrară, definită în mod diferit de la un tip de epruvetă la altul; folosirea criteriului efortului unitar nominal conduce la un raport între lungimea necesară a fisurii și dimensiunea zonei plastice care descreste cu descreșterea raportului dintre lungimea fisurii și lățimea epruvetei, ceea ce este incompatibil cu presupunerile teoriei liniar-elastice a mecanicii ruperilor.

Pentru ca raportul $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$ să poată fi utilizat la determinarea valorilor limită ale celor trei dimensiuni caracteristice ale epruvetei este necesar ca valoarea medie K_{Ic} a materialului să fie obținută cu suficientă acuratețe, prin încercări de probă efectuate pe epruvete avînd dimensiunile destul de mari, pentru a avea siguranța că rezultatele acestora se situează în domeniul în care factorul K_I este independent de geometria epruvetei. Deși acest procedeu este scump și laborios, pînă în prezent nu a putut fi înlocuit cu altul mai simplu.

Numeroasele studii experimentale au ajuns la concluzia că valoarea minimă a lungimii fisurii ca și aceea a grosimii epruvetei trebuie să fie de două sau trei ori mai mare decît raportul $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$. În general, se admite ca valoare limită a raportului dintre aceste dimensiuni și parametrul caracteristic $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$, valoarea de 2,5.

Aparent, lățimea nefisurată poate fi mai mică decît lungimea fisurii. Totuși rapoarte $\frac{a}{w}$ mai mari de 0,5 sînt de nedorit, deoarece curbele de calibrare K, pentru unele epruvete, cum sînt cele avînd

o singură crestătură laterală, devin prea abrupte și ca urmare se obțin erori mari în calculul valorii K_{Ic}.

Utilizarea acestor cerințe la materialele avînd o limită de curgere coborîtă și o valoare ridicată a tenacității ruperii conduce uneori la obținerea unor dimensiuni nepractice. Cu toate acestea, uneori determinarea mărimii K_{Ic} se face și pentru materialele de slabă rezistență. De asemenea, există numeroase materiale avînd o valoare ridicată a limitei de curgere și o tenacitate coborîtă, la care măsurarea factorului critic de intensitate a eforturilor unitare la starea plană de deformație se poate face cu epruvete de dimensiuni practice. Mai mult, dacă se folosește o epruvetă suficient de mare, avînd o grosime apropiată de aceea a piesei reale și o fisură a cărei lungime poate fi măsurată cu o precizie satisfăcătoare, faptul că epruveta nu este destul de mare pentru a obține o valoare K_{Ic} acceptabilă poate fi considerat ca o asigurare că materialul este suficient de tenace pentru piesa respectivă.

4.4. Tipuri practice de epruvete

În fig. 4.3—4.5 se prezintă cinci tipuri uzuale de epruvete ale căror dimensiuni corespund recomandărilor făcute în paragraful

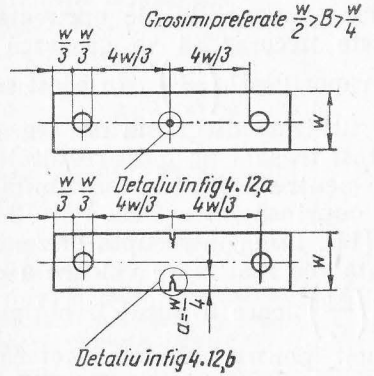


Fig. 4.3

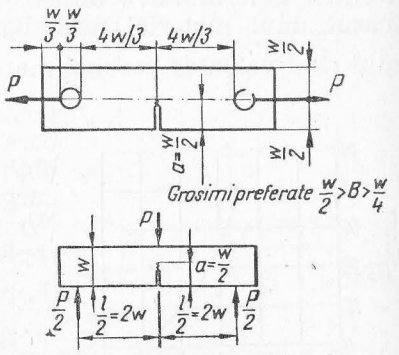


Fig. 4.4

anterior [11]. Pentru epruvetele de secțiune dreptunghiulară prezentate în fig. 4.3 și 4.4 este preferabil ca grosimea să fie cuprinsă între $\frac{w}{4}$ și $\frac{w}{2}$. Deși această recomandare nu constituie o cerință ce

condiționează validitatea determinării mărimii K_{Ic}, ea este rezultatul unei îndelungi experiențe. În cazul epruvetei de încovoiere din fig. 4.4, este inadmisibil ca raportul dintre deschidere și lățime să coboare sub 4, deoarece acuratețea rezultatelor va fi serios afectată de frecările din reazeme.

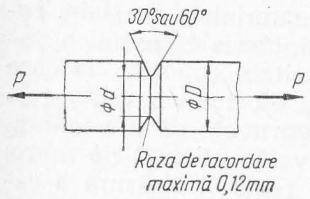


Fig. 4.5

4.4.1. Dimensiunile recomandabile ale epruvetelor și cerințele corespunzătoare ale încercării

În tabelul 4.1 se prezintă dimensiunile minime recomandabile pentru diferite tipuri de epruvete [11]. Raportul dintre lungimea fisurii și lățimea epruvetei, la epruvetele de secțiune dreptunghiulară, precum și raportul d/D la epruvetele rotunde, este luat egal cu $\frac{1}{2}$. Această alegere reprezintă un compromis între dorința de a extinde cît mai mult limita de măsurare a mărimii K_{Ic} și necesitatea asigurării unei precizii suficiente a acestei măsurări. Valorile din tabel sînt exprimate în funcție de parametrul caracteristic al materialului utilizînd notația $A=\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$.

Pentru determinarea dimensiunilor convenabile ale epruvetelor în cazul unui material nestudiat este necesar să se găsească în primul rînd valoarea cea mai mare a raportului $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$. În acest scop poate fi utilizată diagrama din fig. 4.6, care a fost trasată pe baza rezultatelor obținute pentru oțeluri avînd limita de curgere cuprinsă între 1 200 și 2 100 N/mm² [11]. Linia întreruptă orizontală reprezintă cea mai mare valoare a raportului $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$ care a putut fi obținută.

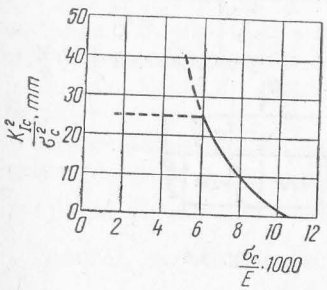


Fig. 4.6

Întrucît pentru aliajele neferoase curbele de variație ale raportului $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$, în funcție de raportul $\frac{\sigma_c}{E}$, sînt situate sub curba obținută pentru oțeluri, este recomandabil ca dimensiunile epruvetelor să fie determinate pe baza raportului $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$ dat de curba limită din fig. 4.6. Dimensiunile

Tabelul 4.1

Dimensiunile minime recomandabile ale epruvetelor

Tipul epruvetei	Grosimea B	Lungimea fisurii a	Lățimea sau diametrul w, D	Lungimea epruvetei L	Sarcina de rupere P_r
Bară rotundă crestată circumferențial (fig. 4.5)	—	$\frac{D-d}{2}=2{,}5\ A$	$10\ A$	$40\ A$	$14{,}70\ A^2\sigma_c$
Placă cu fisură centrală de lungime $2a$ solicitată la întindere monoaxială (fig. 2.12)	$2{,}5\ A$	$2{,}5\ A$	$10\ A$	$40\ A$	$7{,}50\ A^2\sigma$
Placă cu două crestături laterale de lungimi a, solicitată la întinderea monoaxială (fig. 2.12)	$2{,}5\ A$	$2{,}5\ A$	$10\ A$	$40\ A$	$7{,}90\ A^2\sigma_c$
Placă cu o singură crestătură laterală solicitată la întindere monoaxială (fig. 2.13)	$2{,}5\ A$	$2{,}5\ A$	$5\ A$	$20\ A$	$1{,}6\ A^2\sigma_c$
Epruvetă dreptunghiulară cu o singură crestătură laterală solicitată la încovoiere pură $\left(\frac{l}{w}=8\right)$; (cazul 5, Anexa 2)	$2{,}5\ A$	$2{,}5\ A$	$5\ A$	$41\ A$	$0{,}33\ A^2\sigma_c$
Epruvetă dreptunghiulară cu o singură crestătură laterală solicitată la încovoiere simplă (fig. 4.4)	$2{,}5\ A$	$2{,}5\ A$	$5\ A$	$21\ A$	$0{,}50\ A^2\sigma_c$
Epruvetă cu crestătură laterală solicitată la întindere de forțe aplicate pe fața laterală (fig. 2.16)	$2{,}5\ A$	—	—	—	—

Notații:

$$A=\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$$

astfel obținute sînt mai mari decît cele minime necesare. Acestea pot fi micșorate, dar asupra proporției în care pot fi reduse nu se poate decide decît după efectuarea încercărilor.

4.4.2. Criteriile de alegere a epruvetelor

Avînd în vedere recomandările făcute mai înainte, s-ar putea crede că epruvetele de încovoiere sînt singurele epruvete utile pentru determinarea parametrului K_{Ic}. Există totuși și alte criterii, cum ar fi de exemplu acela al eficienței, care pot hotărî asupra alegerii tipului de epruvetă, sau a valorii raportului dintre lungimea fisurii și lățimea epruvetei.

Este cunoscut că epruvetele solicitate la încovoiere au un domeniu de aplicabilitate mai larg și sînt indicate în special în cazul semifabricatelor laminate sau forjate, deoarece se pretează la cercetarea efectelor direcționale care se realizează prin orientarea convenabilă a epruvetei în raport cu fibrele materialului. Cînd însă încercarea trebuie efectuată în spații restrînse, ca de exemplu în interiorul tubului unui reactor atomic sau într-un criostat, se preferă utilizarea epruvetei de tracțiune avînd o singură crestătură laterală [100], care se bucură de avantajul că necesită un spațiu minim în planul transversal pe direcția sarcinii.

În cazul în care epruveta este mai scurtă decît lungimea minimă recomandabilă, relațiile date anterior pentru calculul factorului de intensitate a eforturilor unitare nu sînt aplicabile datorită interacțiunilor puternice care se produc între cîmpul de eforturi unitare al fisurii și cele date de găurile utilizate pentru prinderea epruvetei în bacurile mașinii de încercat. Calibrarea epruvetei se poate face experimental utilizînd metoda măsurării complianței.

Epruvetele de tipul placă cu o fisură centrală sau cu două fisuri laterale (v. fig. 4.3) prezintă un deosebit interes din punct de vedere teoretic deoarece pot fi solicitate la întindere pură. Dimensiunile lor mari precum și valorile ridicate ale forței de întindere care trebuie aplicată le fac cu totul nepractice în foarte multe situații. Totuși acestea sînt utilizate pentru studierea rezistenței la extensia fisurii precum și la cercetarea modurilor de rupere tranzitorii, în funcție de coeficientul de concentrație și de variația grosimii.

Pentru epruvetele ale căror dimensiuni minime sînt date în tabelul 4.1 a fost recomandat raportul $\frac{a}{w} = 0{,}5$. Nu există însă obiecțiuni în calea utilizării unui raport mai mic, atunci cînd necesitățile impun aceasta, dar lungimea fisurii trebuie să satisfacă celelalte condiții care garantează valabilitatea încercării.

Epruvetele rotunde cu crestătură circumferențială au fost mult utilizate la studierea efectului acuității concentratorului. Acestea prezintă avantajul că crestătura poate fi realizată ușor, cu precizie foarte ridicată. Chiar și în cazurile care impun folosirea acestui tip de epruvetă, cum este de exemplu cercetarea efectului fisurii produs la baza filetului unei piese tratate termic, epruveta rotundă nu este potrivită pentru măsurările de tenacitate. Epruvetele fisurate prin oboseală, avînd frontul fisurii concentric cu axa de solicitare sînt dificil de controlat. În plus, trebuie luate precauții speciale pentru reducerea excentricității sarcinii, care duce la obținerea unor rezultate caracterizate de o mare împrăștiere. În absența excentricității, proprietățile de rupere ale acestor epruvete pot fi deplin controlabile pe regiunea fisurii circumferențiale avînd o tenacitate coborîtă. Faptul că la o bară rotundă fisurată, suprafața ruperii nu pune în evidență prezența buzelor de forfecare nu este un indiciu că epruveta poate fi utilizată la determinarea valorii K_{Ic}, pentru rapoarte $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}$ mai mari decît este posibil să se folosească în cazul epruvetelor plate, deoarece absența forfecării nu este o garanție a lipsei deformațiilor plastice extensive la epruveta cercetată ori la alta.

În afară de epruvetele prezentate la începutul acestui paragraf care aproape au devenit clasice, pentru scopuri speciale sînt folosite încă două tipuri de epruvete: epruvetele cu fisuri de suprafață și epruvetele Charpy prefisurate.

4.4.3. Epruvete cu fisuri de suprafață

Inițial, acest tip de epruvetă a fost imaginat cu scopul de a simula crăpăturile care apar în mod frecvent pe suprafețele pieselor aflate în exploatare [96]. Utilizarea epruvetelor cu fisuri de suprafață poate servi la obținerea de indicații directe relative la efectul produs de crăpături asupra rezistenței de rupere, mai ales în situațiile în care condițiile stării plane de deformație nu sînt îndeplinite, de exemplu cînd eforturile unitare aplicate sînt mai mari decît limita de curgere a materialului. Epruvetele cu fisuri de suprafață sînt mai puțin indicate pentru măsurarea tenacității ruperii datorită faptului că problema calibrării este mult mai complicată decît la

celelalte tipuri de epruvete și nu pot satisface cerințele impuse dimensiunilor și încărcării.

În special la piesele obținute din semifabricate forjate, se întîlnesc situații în care evaluarea rezistenței de rupere nu poate fi făcută corect decît dacă valoarea K_{Ic} a fost determinată pe epruvete cu fisuri de suprafață. În aceste cazuri, pentru calculul factorului K poate fi utilizată relația (2.79) sau expresia ei simplificată (2.81), dar relațiile respective nu sînt aplicabile dacă adîncimea fisurii este mai mare decît jumătatea grosimii epruvetei sau dacă lungimea fisurii este mare în comparație cu lățimea epruvetei.

La epruvetele cu fisuri de suprafață, determinarea dimensiunilor minime ridică probleme deosebite. Acestea pot fi evitate folosind diagrama din fig. 4.7 care pune în evidență efectul dat de dimensiunile fisurii asupra raportului $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}$. Din diagramă rezultă că, în general, pentru rapoarte $\frac{a}{\Phi^2} > 1{,}5$ mm, unde Φ este dat de relația (2.80) [126], valoarea K_{Ic} rămîne constantă în raport cu dimensiunile fisurii. La epruvetele avînd raportul $\frac{a}{2\Phi^2} < 1{,}5$ mm, adîncimea fisurii a este mai mică decît 2,5 $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$.

Rezultatele experimentale demonstrează că la unele materiale și temperaturi valoarea aparentă a tenacității K_{Ic} scade odată cu creșterea dimensiunilor fisurii. În anumite cazuri, descreșterea aparentă a valorii K_{Ic} cu creșterea dimensiunilor crăpăturilor poate fi explicată prin formarea unor mici fisuri sau delaminări la vîrful fisurii, care pot fi mai pronunțate la epruvetele care se rup la valori ridicate ale eforturilor unitare. Acestea pot face ca fisura să devină instabilă în alt punct decît acela de adîncime maximă, așa cum se presupune în mod obișnuit în calcule. De aceea, cînd se face determinarea valorii K_{Ic} pe epruvete cu fisuri de suprafață, se recomandă utilizarea unor fisuri cu dimensiuni cît mai diferite pentru a avea posibilitatea obținerii valorii minime a tenacității K_{Ic}.

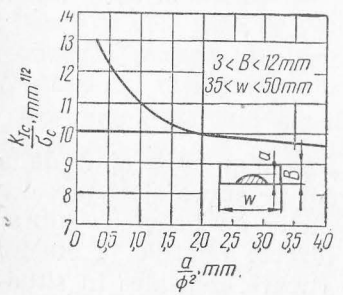


Fig. 4.7

4.4.4. Epruvete Charpy prefisurate

Încercările la șoc ale epruvetelor Charpy prefisurate prin oboseală sînt frecvent folosite în laboratoarele metalurgice pentru studiul tenacității relative a aliajelor [42]. În acest caz, valoarea rezilienței este folosită drept criteriu de comparație. Uneori această mărime este convertită în valori $\mathcal{G}_{Ic}$ sau K_{Ic} iar alteori epruvetele încercate sînt considerate ca fiind asemănătoare cu epruvetele convenționale de încovoiere utilizate pentru determinarea tenacității ruperii.

Utilizarea epruvetelor Charpy la măsurările valorii K_{Ic} este limitată mai ales datorită dimensiunilor epruvetelor. Conform celor arătate, la un raport $\frac{a}{w} = 0{,}5$, măsurarea tenacității ruperii poate fi utilizabilă numai dacă efortul unitar produs de șoc este sub 28% din limita de curgere a materialului. În cazul în care se face conversia rezilienței în $\mathcal{G}_{Ic}$, este necesar să se aibă în vedere satisfacerea următoarelor cerințe: întreaga energie absorbită să fie convertită în energie de rupere; modul de rupere să corespundă condițiilor stării plane de deformație pe întreaga secțiune transversală a epruvetei; egalitatea dintre rezilienta și forța critică de extensie a fisurii presupune independența mărimii $\mathcal{G}_{Ic}$ de viteza fisurii.

Cu toate că se pot imagina mijloace cu ajutorul cărora să se urmărească îndeplinirea acestor cerințe, utilizarea rezilienței pentru determinarea valorilor relative ale mărimii K_{Ic} constituie un procedeu nesigur, mai ales dacă nu se produce o rupere fragilă pe întreaga secțiune a epruvetei.

4.5. Metode de măsurare a factorului critic de intensitate a eforturilor unitare

Pentru determinarea valorii K_c sau K_{Ic} este necesar să se cunoască lungimea fisurii corespunzătoare sarcinii critice. Cînd ruperea se produce imediat, pornind de la fisura inițială, este suficient să se măsoare cu precizie sarcina de vîrf. Dacă însă fisura se propagă apreciabil înainte ca ruperea să se producă, metoda de măsurare trebuie să permită aprecierea creșterii fisurii.

Cea mai simplă metodă de măsurare a valorii K_{Ic} constă în utilizarea a două camere sincronizate de luat vederi, una filmînd cadranul mașinii de încercat iar cealaltă marginea fisurii. Prin examinarea peliculei, cadru cu cadru, se poate stabili graficul de variație a sarcinii și a lungimii fisurii în funcție de timp. Calculul

mărimii K_c se face simplu, folosind valorile pe care le au aceste mărimi în momentul în care ruperea începe să progreseze rapid.

Metoda de măsurare cea mai uzuală se bazează pe măsurarea deplasării de deschidere a fisurii folosind traductori tensometrici. Uneori se utilizează și măsurarea potențialului electric sau cea a emisiei acustice.

4.5.1. Măsurarea deplasării de deschidere a fisurii

Metoda constă în măsurarea continuă, în timpul încercării, a distanței dintre două puncte situate de o parte și de alta a fisurii [11]. În acest scop se folosesc elemente elastice de tip lamelar, pe fețele cărora sînt lipiți traductori tensometrici rezistivi. Acești captori de deplasări trebuie să îndeplinească condiții destul de severe de liniaritate și sensibilitate și trebuie astfel concepuți și executați încît menținerea lor în punctele de înregistrare să fie pe deplin asigurată pe întreaga durată a încercării. Cele două tipuri de captori de deplasări mai des utilizate sînt arătate schematic în fig. 4.8 și 4.9. Captorul de deplasări de tipul scoabă cu dublă consolă (fig. 4.8) este recomandat de normele ASTM. Detaliile sale constructive sînt date în fig. 4.10 (*a* — lamela; *b* — blocul distanțier; *c* — cuțitul atașabil) [123]. Elementele elastice ale acestui captor trebuie confecționate din materiale care au raportul $\frac{\sigma_c}{E}$ cît mai mare cu

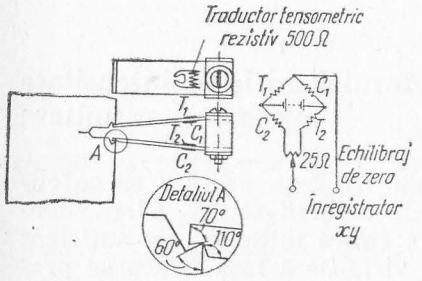


Fig. 4.8

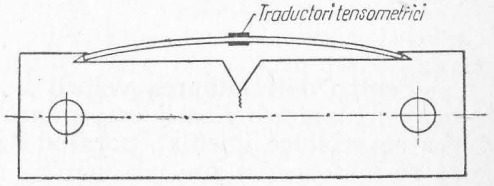


Fig. 4.9

putință; în acest scop normele ASTM recomandă aliajul de titaniu 13V-11Cr-3Al, tratat termic. Prinderea captorului de epruvetă se realizează cu ajutorul unor cuțite. În cazul epruvetelor cu crestătură laterală, cuțitele pot fi prelucrate prin frezare direct în epruvetă, iar la epruvetele cu fisură centrală cuțitele pot fi montate cu ajutorul unor șuruburi. Cu toate că acest mod de prindere este satisfăcător, se atrage atenția asupra faptului că precizia cu care sînt prelucrate cuțitele precum și canelurile consolelor elastice este esențială pentru buna funcționare a captorului. Abaterea de la liniaritate a acestui captor este mai mică de 2 μm, pentru deplasări de ± 1 mm, dacă baza lui este $g_0 = 5$ mm. Sensibilitatea captorului este de cel puțin 1,5 mV/mm, astfel încît el asigură un factor de amplificare de peste 750 de ori atunci cînd este conectat la un înregis-

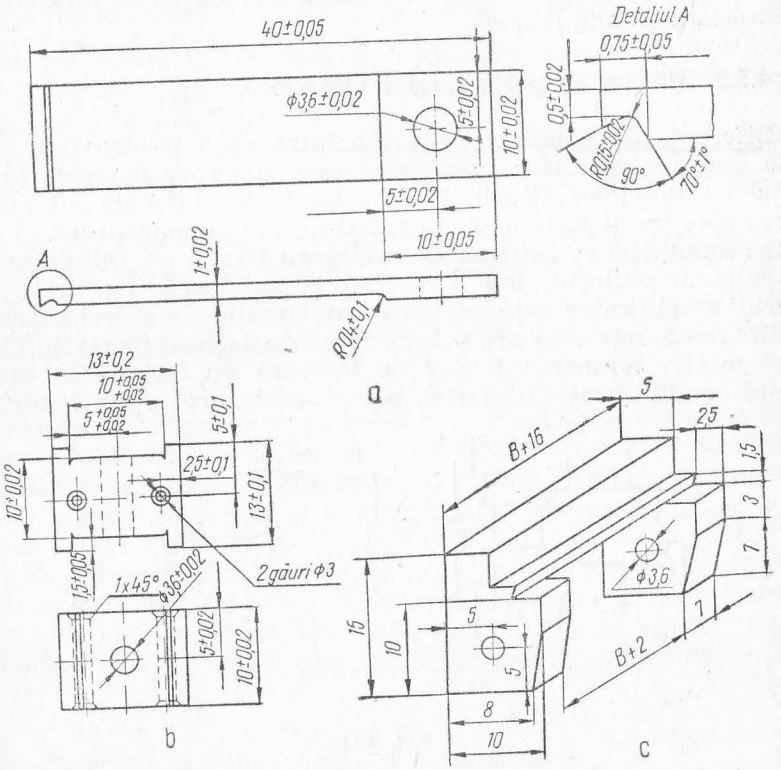


Fig. 4.10

trator cu sensibilitatea de 20 μV/mm, dacă puntea formată de traductorii rezistivi este alimentată la tensiunea de 10 V.

Etalonarea captorului de deplasări se face pe epruvete de tipul celor ce urmează a fi utilizate la determinarea valorii K_{Ic}. În de-

cursul operației de etalonare se trasează curba de variație a raportului $\frac{vEB}{P}$ în funcție de raportul $\frac{a}{w}$, v fiind deplasarea de deschidere a fisurii măsurată în punctul de prindere al captorului, E — modulul de elasticitate transversal al materialului epruvetei, B— lățimea acesteia iar P — forța aplicată.

Măsurarea deplasării de deschidere a fisurii poate fi afectată atît de curgerea plastică de la vîrful fisurii cît și de extensia acesteia. Întrucît ambele fenomene produc neliniaritatea înregistrării forță-deplasare se recomandă ca această metodă de măsurare să mai fie asociată cu altă metodă.

4.5.2. **Măsurarea potențialului electric**

Diferența de potențial măsurată între două puncte fixe situate de o parte și de alta a unei fisuri care se propagă crește proporțional cu lungimea fisurii. Măsurarea poate fi făcută cu ajutorul unei duble punți Kelvin sau folosind un miliohmmetru ori un voltmetru amplificator. Schema de măsurare bazată pe utilizarea voltmetrului amplificator are o răspîndire mai largă (fig. 4.11). Voltmetrul amplificator este prevăzut cu circuite de rejecție acordate pe frecvența rețelei și are o impedanță de intrare foarte mică. Din acest motiv, ecranarea firelor de legătură nu trebuie să îndeplinească condiții speciale. Astfel, pentru conectarea voltmetrului amplificator la epruvetă se recomandă utilizarea unui cablu blindat de joasă frecvență și ecranarea punctelor de conexiune ale acestuia la epruvetă. Nu este indicată conectarea acestor ecrane la priza de pămînt, deoarece prin prizele de pămînt improvizate, cum sînt scheletele metalice ale clădirilor, conductele de apă etc., circulă curenți paraziți destul de puternici. Se recomandă, de asemenea, ca instalația să nu fie amplasată în apropierea surselor puternice de paraziți. Alimentatorul trebuie să furnizeze o tensiune stabilizată și bine filtrată. Din acest motiv nu se recomandă utilizarea bateriilor.

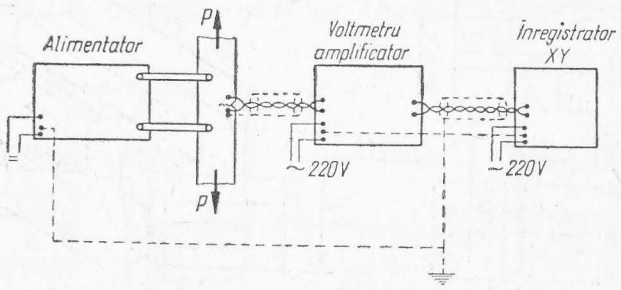


Fig. 4.11

Conectarea cablului la epruvetă se poate face cu ajutorul unor cleme sau folosind sîrme din oțel inoxidabil sudate de epruvetă. Deoarece sîrmele sudate au dimensiuni mai mici decît clemele și întrucît oferă un contact electric sigur sînt de preferat. În cazul epruvetelor din materiale neferoase sîrmele de legătură pot fi prinse cu șuruburi.

Curba de etalonare a instalației dă variația raportului $\frac{U}{U_0}$ (U este diferența de potențial măsurată la o lungime oarecare a fisurii iar U_0 — diferența de potențial pentru epruveta nefisurată) în funcție de raportul $\frac{a}{w}$ [95].

Măsurările de potențial electric nu sînt apreciabil influențate de curgerea plastică de la vîrful fisurii, ci numai de modificarea formei fisurii. Prin urmare, neliniaritățile din înregistrările sarcină-diferență de potențial sînt aproape totdeauna date de extensia fisurii.

4.5.3. **Măsurarea acustică**

Cu ajutorul unui captor piezoelectric se măsoară vibrațiile care se produc în material cînd energia elastică conținută de acesta se eliberează brusc. Fiind foarte sensibilă, această metodă permite determinarea cu mare precizie a momentului în care fisura devine instabilă. Deoarece nu dă nici o indicație asupra dimensiunilor fisurii, măsurarea acustică este utilizată ca metodă suplimentară asociată măsurării de deplasări. În acest caz, prezența sau absența semnalului indică dacă deviația de la liniaritate a înregistrării sarcină-deplasare este datorată propagării sau unei curgeri plastice [59].

4.6. **Pregătirea epruvetelor și a încercării**

Pentru ca măsurarea tenacității ruperii, în condițiile stării plane de deformație, să poată fi efectuată cu acuratețea necesară, trebuie acordată o atenție deosebită atît operațiilor de pregătire a epruvetelor pentru încercare, cît și încercării propriu-zise.

4.6.1. Pregătirea epruvetelor pentru încercare

Prin pregătirea epruvetelor pentru încercare se înțelege efectuarea următoarelor operațiuni: verificarea dimensiunilor epruvetelor; prelucrarea concentratorului de eforturi unitare; fisurarea prin oboseală sau executarea crestăturii mecanice; prelucrarea suprafețelor de prindere a captorului de deplasări sau a găurilor necesare montării cuțitelor acestuia; asigurarea îndeplinirii condițiilor stării plane de deformație la vîrful fisurii.

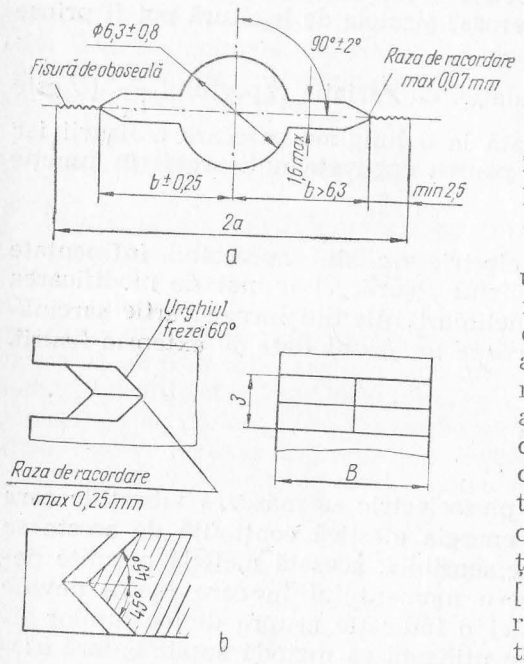


Fig. 4.12

Concentratorul de eforturi unitare. Fisurile de oboseală nu pot fi create în secțiunea dorită decît dacă acolo se află un concentrator puternic de eforturi unitare. În acest scop se utilizează unul din cei doi concentratori indicați în fig. 4.12 (*a* — crestătură centrală străpunsă; *b* — crestătură laterală), în funcție de tipul epruvetei [11], [29]. Aceștia, avînd avantajul realizării unei înalte concentrări a eforturilor unitare, asigură obținerea în timp scurt a unor fisuri de oboseală de lungimi suficiente. Utilizarea fisurilor lungi este impusă de necesitatea scoaterii vîrfului fisurii din zona de acțiune a concentratorului mecanic care, de obicei, creează o stare triaxială de eforturi unitare. Cu toate că nu există indicații cu privire la distanța optimă care trebuie să existe între vîrful concentratorului și cel al fisurii, se știe totuși că aceasta nu este fundamental afectată de geometria concentratorului. Experiențele făcute pe epruvete de secțiune dreptunghiulară avînd crestături în formă de V și de U au arătat că odată cu creșterea lungimii fisurii, tenacitatea aparentă K_{Ic} tinde mai repede spre o valoare constantă, la primul tip de concentrator decît la cel de-al doilea.

S-a stabilit că lungimea palierului produs pe înregistrarea forță-deplasare de fenomenul de pierdere a stabilității fisurii scade odată cu creșterea lungimii fisurii de oboseală. Acest palier este foarte lung pentru crestăturile mecanice, adică în absența fisurii de oboseală. Pentru fisuri mai lungi de 0,75 mm frontul fisurii nu mai este influențat de configurația concentratorului dacă acesta este de tipul V sau U. În cazul utilizării concentratorului din fig. 4.12, *b*, această lungime trebuie să fie mai mare de 1,25 mm.

Cînd se folosesc cicluri de oboseală de întindere, utilizarea unei precomprimări inițiale cu un efort unitar reprezentînd circa 50% din valoarea efortului unitar maxim al ciclului contribuie la reducerea numărului de cicluri necesare pînă la începerea fisurării, fără ca aceasta să aibă vreo repercusiune asupra valorii mărimii K_{Ic}. Uneori, pentru accelerarea demarării fisurii de oboseală se folosește apă sau alte medii corosive, care de asemenea nu afectează valoarea tenacității ruperii. S-a constatat că la unele materiale prelucrarea concentratorului prin electroeroziune este foarte avantajoasă din punctul de vedere al eficacității demarării fisurii, în comparație cu metodele clasice de prelucrare.

Fisurarea prin oboseală. Acuitatea efectivă a fisurii de oboseală depinde de valoarea maximă a factorului de intensitate a eforturilor unitare K_{max} impusă în decursul solicitării epruvetei. Creșterea factorului K_{max} dincolo de o anumită valoare duce la creșterea aparentă a tenacității K_{Ic} a materialului. Acest efect depinde de natura materialului și de condițiile în care se efectuează fisurarea prin oboseală. De aceea se consideră că raportul $\left(\frac{K_{max}}{\sigma_c}\right)^2$ este un parametru important care influențează acuitatea fisurii de oboseală. Se recomandă ca în timpul solicitării la oboseală să existe un raport $\left(\frac{K_{max}}{\sigma_c}\right)^2$ cît mai mare cu putință, pentru a obține o fisură cît mai acută și care să fie realizată într-un timp cît mai scurt, dar acest raport nu trebuie să fie atît de mare încît să rezulte valori ale tenacității K_{Ic} mai mari decît cele efective. De asemenea, s-a constatat că în timpul determinării tenacității K_{Ic} apar fenomene intense de instabilitate a propagării fisurii, dacă valorile raportului $\left(\frac{K_{max}}{\sigma_c}\right)^2$ au fost prea mari. De aceea se recomandă ca în timpul procesului de fisurare prin oboseală să fie îndeplinite următoarele condiții:

— efortul unitar maxim al ciclului de oboseală să fie cel mult două treimi din efortul unitar care va acționa în epruvetă în momentul atingerii valorii K_{Ic};

— efortul unitar mediu al ciclului să satisfacă inegalitatea

$$\sigma_{med} < \frac{2}{3}(\sigma_{max} - \sigma_{min});$$

— fisurarea ultimului 1,25 mm nu trebuie să fie realizată în mai puțin de 50 000 de cicluri.

În general, aceste condiții sînt îndeplinite dacă raportul $\left(\frac{K_{max}}{\sigma_c}\right)^2$ este mai mic de 0,25 mm, pentru oțeluri, și de 1,25 mm, pentru aliajele de aluminiu.

Canelarea suprafeței. Dacă suprafețele laterale ale epruvetei sînt acoperite cu un strat fragil obținut printr-un tratament termo-chimic, cum este de exemplu nitrurarea sau carbonitrurarea, formarea zonelor plastice pe aceste suprafețe este suprimată [108]. Ținînd seama de modul în care variază dimensiunile zonei plastice de-a lungul frontului fisurii, rezultă că la mijlocul grosimii epruvetei zona plastică va fi mai puțin întinsă decît în cazul absenței tratamentului termic. Ca urmare, starea de eforturi unitare se apropie și mai mult de aceea la care sînt îndeplinite condițiile stării plane de deformație.

S-a constatat că la același rezultat se poate ajunge prin prelucrarea unei caneluri pe suprafața laterală a epruvetei, după direcțiile liniilor de intersecție dintre aceasta și planul suprafeței de rupere. De obicei, profilul canalului are formă de V, cu unghiul la vîrf de 90° [11]. Este evident că în prezența canelurilor expresiile analitice ale factorului K, stabilite în capitolul 2, nu mai rămîn întrutotul valabile, epruveta trebuind a fi recalibrată.

Dacă adîncimea canelurii este suficientă, inițierea fisurii va avea loc în punctele de intersecție dintre frontul fisurii și vîrful canelurii, deoarece, ca urmare a concentrărilor în aceste regiuni se produc eforturile unitare cele mai mari. Cînd raportul dintre adîncimea canelurii și grosimea epruvetei este mic, variația factorului K de-a lungul frontului fisurii este neînsemnată și aceasta va avea tendința să avanseze uniform. Adîncimea optimă a canelurii este dificil de determinat, aceasta probabil fiind funcție și de natura materialului. La determinarea acesteia trebuie să se aibă în vedere și efectul pierderii stabilității fisurii, care odată cu creșterea adîncimii canelurii este din ce în ce mai intens, ruperea epruvetei producîndu-se la sarcini din ce în ce mai mici.

4.6.2. **Pregătirea încercării**

În general, efectuarea încercării de întindere sau de încovoiere pentru determinarea tenacității ruperii se face după normele aplicate încercărilor clasice. O atenție deosebită trebuie acordată însă modului de prindere a epruvetei în mașină, deoarece o prindere defectuoasă poate denatura rezultatele experienței. În cazul încercării la întindere, efectuată pe epruvete în formă de placă de dimensiuni mari, numeroase laboratoare practică prinderea epruvetei prin sudură. Pentru epruvetele de dimensiuni mici au fost imaginate sisteme de prindere cu bolțuri care elimină total șocurile produse de lunecarea epruvetei în bacuri.

Dacă epruveta este solicitată la încovoiere, trebuie luate măsuri speciale pentru eliminarea efectelor date de frecarea dintre epruvetă și reazeme, deoarece aceasta tinde să mărească valoarea aparentă a tenacității ruperii K_{Ic}. Uneori frecarea din reazeme poate produce și un efect de hysterezis în înregistrarea forță-deplasare. S-a constatat

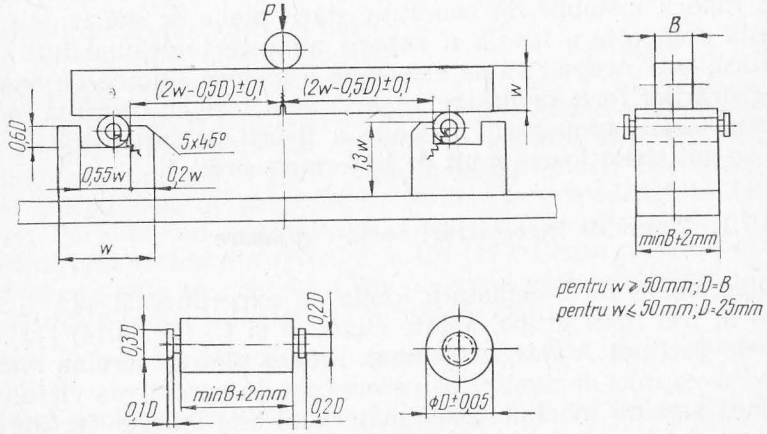


Fig. 4.13

că dacă reazemele de încovoiere sînt realizate sub formă de role, acest efect conduce la erori de cel mult $\pm 0{,}5\%$.

Efectul frecării poate fi înlăturat dacă rezemarea epruvetei se face pe role executate conform indicațiilor din fig. 4.13 [123]. Rolele sînt așezate într-un locaș, ceva mai larg decît diametrul exterior al rolei, care le permite efectuarea unei mișcări de rostogolire, pe suprafața de sprijin. Menținerea rolelor în locașul lor, în poziție corectă, se realizează cu ajutorul unor mici arcuri spirale. Întrucît

translația rezultată din rostogolirea rolei este funcție de deschiderea dintre reazeme, lărgimea locașului trebuie proiectată astfel încît să se evite rezemarea rolei pe suprafețele laterale ale acestuia.

4.7. Analiza și interpretarea înregistrărilor

Valoarea tenacității ruperii la starea plană de deformație K_{Ic} se calculează pe baza încărcării corespunzătoare momentului în care propagarea fisurii devine instabilă. În general, înaintarea fisurii în timpul încărcării este urmărită cu ajutorul unor captori de deplasări. Analiza înregistrărilor forță-deplasare necesită stabilirea unor criterii potrivite de punere în evidență a efectului de curbare a frontului fisurii și a unor metode adecvate de interpretare a rezultatelor.

Se poate presupune că încercarea unor epruvete ale căror dimensiuni corespund cerințelor expuse mai înainte conduce la înregistrări simplu de interpretat în funcție de sarcina corespunzătoare declanșării ruperii instabile, în condițiile stării plane de deformație. Cum această comportare ideală a ruperii nu este totdeauna întîlnită în practică, este necesar să se elaboreze o metodă eficace de analiză a înregistrărilor forță-deplasare, aptă să detecteze cu ușurință momentul declanșării propagării instabile a fisurii pe înregistrările reale, care se pot abate foarte mult de la forma teoretică.

4.7.1. Tipuri de înregistrări forță-deplasare

Diagramele forță-deplasare, obținute experimental pot fi clasificate în trei mari grupe, notate cu A, B și C, (fig. 4.14) [11]. Diagramele de tipul A sînt, în general, liniare pînă la sarcina maximă, putînd avea mici denivelări pe parcurs sau în apropierea vîrfului din regiunea sarcinii maxime. Dacă materialul este omogen iar epruveta suficient de groasă, rezultă o diagramă asemănătoare cu cea notată cu A1. Neomogenitățile materialului produc mici creșteri ale lungimii fisurii la valorile ridicate ale sarcinii, care dau denivelări ale diagramei de felul celor arătate de înregistrarea A2. Dacă materialul are incluziuni sau defecte de structură, se produc modificări izolate ale lungimii fisurii care pot avea loc chiar și la sarcini moderate, obținîndu-se o înregistrare de tipul A3.

Pentru epruvetele a căror grosime este inferioară celei minime recomandate se obțin înregistrări de tipul B, la care efectul produs de instabilitatea propagării fisurii este pus în evidență pe diagramă

de prezența unor trepte. Existența neomogenităților este pusă în evidență de prezența pe diagrame a unor denivelări asemănătoare celor de la înregistrările de tipul A.

În cazul în care grosimea epruvetelor este total insuficientă, se obțin înregistrări forță-deplasare de tipul C, care sînt neinterpretabile. Pe aceste diagrame nu se poate pune în evidență distinct momentul în care apare fenomenul de instabilitate a propagării fisurii.

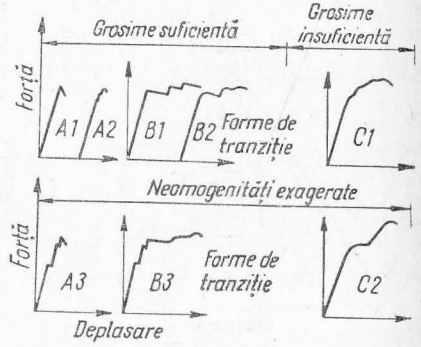


Fig. 4.14

4.7.2. Interpretarea înregistrării forță-deplasare

Principiul metodei. Încercarea de mecanica ruperilor poate fi interpretată în același mod ca încercarea de tracțiune obișnuită. Astfel, se poate presupune că valoarea K_{Ic} este definită ca fiind factorul de intensitate a eforturilor unitare căruia îi corespunde o creștere a lungimii fisurii cu 2% față de lungimea inițială. Pentru determinarea valorii K_I, corespunzătoare acestei faze de propagare a fisurii se procedează în felul următor. Pornind din originea diagramei forță-deplasare se trasează tangenta OA și secanta OB (fig. 4.15) [11]. Panta secantei este mai mică decît panta tangentei cu 6%, în cazul epruvetelor cu o singură crestătură laterală solicitate la întindere sau la încovoiere avînd raportul $\frac{a}{w} = 0{,}5$ și cu 2%, în cazul epruvetelor de întindere avînd o fisură centrală sau două fisuri laterale, și raportul $\frac{2a}{w} = 0{,}5$

Secanta OB determină limitele deviației de la liniaritate Δv_l, care precede apariția instabilității fisurii. Această instabilitate este definită ca un maximum temporar al diagramei forță-deplasare, urmat de creșterea deplasării fără ca sarcina să depășească valoarea P_i corespunzătoare acestui maximum. Deplasarea produsă în timpul instabilității fisurii Δv_i este egală cu segmentul $\overline{mn}$ cuprins între punctul de sarcină maximă și curba forță-deplasare. Dacă $\Delta v_i \geqslant \overline{ab}$, unde $\overline{ab}$ este deviația maximă admisibilă de la liniaritate, instabilitatea este considerată ca admisibilă.

Forța utilizată pentru calculul lui K_{Ic} este egală sau mai mică decît P_i, în funcție de tipul diagramei forță-deplasare.

Justificarea metodei. Metoda utilizată pentru analiza și interpretarea diagramei forță-deplasare are următoarele două calități: este aplicabilă chiar și în cazurile în care fenomenul de pierdere a stabilității fisurii este precedat de deviații însemnate de la liniaritate și, pentru utilizarea ei sînt necesare informații minime despre producerea acestui fenomen.

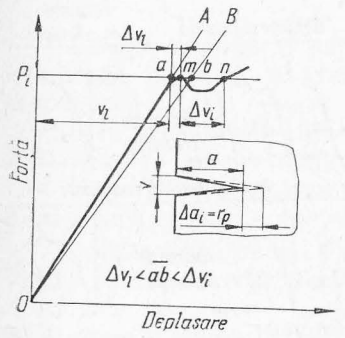


Fig. 4.15

Deviația de la liniaritate Δv_l este rezultatul combinat al mai multor efecte și de aceea nu poate fi analizată cu precizie. Ca urmare, aceasta va fi considerată ca provenind în întregime din creșterea lungimii fisurii Δa. Pentru a determina limitele admisibile ale raportului $\frac{\Delta a}{a}$, se va presupune că Δa nu depășește zona de corecție plastică a stării plane de deformație:

$$\Delta a \leqslant r_p \approx 0{,}05\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2; \tag{4.4}$$

Cum s-a presupus că lungimea fisurii îndeplinește condiția

$$a \geqslant 2{,}5\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2, \tag{4.5}$$

rezultă că

$$\frac{\Delta a}{a} \leqslant \frac{1}{50}. \tag{4.6}$$

Această condiție poate fi exprimată cu ajutorul deplasării de deschidere a fisurii, folosind curba de etalonare a captorului care dă deplasarea pe unitatea de forță în funcție de raportul $\frac{a}{w}$:

$$\frac{vEB}{P} = F\left(\frac{a}{w}\right); \tag{4.7}$$

În consecință, la o forță constantă,

$$\frac{\frac{\Delta vEB}{P}}{\frac{vEB}{P}} = \frac{\Delta v}{v} = \frac{F\left(\frac{a}{w}+\frac{\Delta a}{w}\right) - F\left(\frac{a}{w}\right)}{F\left(\frac{a}{w}\right)}, \tag{4.8}$$

și, trecînd la limită,

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{F\left(\frac{a}{w}\right)} \cdot \frac{\mathrm{d}F\left(\frac{a}{w}\right)}{\mathrm{d}\left(\frac{a}{w}\right)} \cdot \frac{\Delta a}{w}, \tag{4.9}$$

Înmulțind și împărțind această relație cu lungimea inițială a fisurii a și ținînd seama de condiția (4.6), se poate scrie:

$$\frac{\Delta v_l}{v_l} \leqslant \frac{1}{50} : \frac{a}{w} : \frac{1}{F\left(\frac{a}{w}\right)} \cdot \frac{\mathrm{d}F\left(\frac{a}{w}\right)}{\mathrm{d}\left(\frac{a}{w}\right)} = \frac{H}{50}, \tag{4.10}$$

unde H este un factor dedus din curbele experimentale de etalonare $\frac{aEB}{P} = F\left(\frac{a}{w}\right)$. Pentru diverse tipuri de epruvete, diagrama de variație a lui H, în funcție de $\frac{a}{w}$ sau $\frac{2a}{w}$, este dată în fig. 4.16 [11].

Limitarea deviației de la liniaritate poate fi exprimată în funcție de inversul pantei secantei Om care unește originea sistemului de coordonate cu punctul de extremum al curbei forță-deplasare, ce caracterizează începutul fenomenului de pierdere a stbilității fisurii, adică de raportul

$$\frac{\Delta v_l + v_l}{P_i} \leqslant \frac{v_l}{P_i}\left[1 + \frac{H}{50}\right]. \tag{4.11}$$

Pentru valorile recomandate ale raportului $\frac{a}{w}$, care sînt cuprinse între 0,45 și 0,55, raportul $\frac{H}{50}$ poate avea valoarea, 0,06 sau 0,02 în funcție de tipul epruvetei.

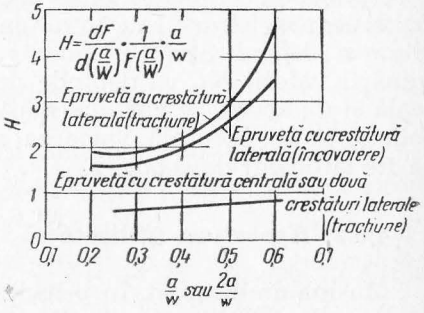


Fig. 4.16

În ceea ce privește valoarea minimă a extensiei fisurii, Δv_i, produsă în decursul fenomenului de instabilitate, la care înregistrarea mai poate fi interpretată, se recomandă ca aceasta să fie cel puțin

egală cu deviația maximă admisibilă de la liniaritate [123]. Din punctul de vedere al neliniarităților maxime admise, diagrama forță-deplasare este considerată neinterpretabilă dacă panta secantei Om diferă cu mai mult de 3,5% de panta tangentei OA.

4.8. Recomandări practice relative la tehnica măsurării tenacității ruperii

La determinarea tenacității ruperii în condițiile stării plane de deformație, pentru materialele metalice de înaltă rezistență se pot comite numeroase erori, care pot duce la obținerea unor rezultate false, a căror utilizare în proiectare este periculoasă. De aceea, pentru determinarea corectă a valorii K_{Ic} este util să se țină seama de recomandările prezentate în cele ce urmează [123], [125].

4.8.1. Metoda de lucru

Numeroase norme și proiecte de norme*) recomandă ca determinarea tenacității ruperii, în condițiile stării plane de deformație, să se facă pe epruvete crestate, solicitate la încovoiere, care în prealabil au fost fisurate prin oboseală. Epruveta utilizată va fi de tipul cu o singură crestătură pe margine (v. fig. 4.4). Determinarea valorii K_{Ic} se va face folosind diagrama forță-deplasare, înregistrată în timpul încercării. Cu ajutorul acestei diagrame se va determina forța corespunzătoare unei extensii precise a fisurii, care va fi stabilită din palierul înregistrării sau, în absența acestuia, din deviația de la liniaritate a dependenței funcționale forță-deplasare. Acuratețea determinării valorii K_{Ic} va depinde de ascuțimea vîrfului fisurii de oboseală și de aceea, se vor lua măsurile necesare pentru ca în timpul solicitării de oboseală valoarea efortului unitar maxim al ciclului să fie suficient de coborîtă.

4.8.2. Aparatura utilizată

Mașina de încercat. În principiu, pentru măsurarea tenacității ruperii poate fi utilizată orice mașină universală de încercat, dacă este suficient de rigidă, are un sistem de prindere a epruvetei care asigură încărcarea fără șocuri și posedă un dinamometru electric, pentru măsurarea sarcinilor.

*) Vezi STAS 9760-74.

Rigiditatea mașinii este o condiție obligatorie pentru încercările de mecanica ruperilor, deoarece s-a constatat că elasticitatea mașinii poate denatura rezultatele obținute. În lipsa unei mașini rigide — special construite pentru încercările de mecanica ruperilor — se poate folosi o mașină obișnuită dar, în acest caz, forța de rupere a epruvetei nu trebuie să depășească o treime din forța maximă pe care o poate dezvolta mașina.

La mașinile la care măsurarea sarcinii se face cu ajutorul dispozitivului manometru-pendul este necesară adaptarea unui sistem electric de măsurare a sarcinii care să lucreze fără inerție. În acest scop se poate folosi un captor de presiune sau un captor de forță. Evident că în ultimul caz este necesară modificarea sistemului de prindere a epruvetei în mașină.

Sistemul de măsurare a sarcinii trebuie să fie astfel realizat încît ansamblul dinamometru-înregistrator sau ansamblul captor-punte tensometrică-înregistrator să asigure o acuratețe a rezultatelor mai bună de 1%.

Captorul de deplasări. Captorul de deplasări poate fi de tipul scoabă cu dublă consolă, executat conform indicațiilor din fig. 4.10. Pot fi utilizați și captori de alt tip dacă asigură o abatere de la liniaritate mai mică de ± 3 µm în raport cu diagrama teoretică. Prinderea captorului de epruvetă se face cu ajutorul unor cuțite (v. fig. 4.8), prelucrate în epruvetă sau montate pe aceasta cu ajutorul unor șuruburi. Cuțitele demontabile (v. fig. 4.10) nu se întrebuințează la epruvete avînd grosimi mai mici de 25 mm.

Sistemul de rezemare. Pentru atenuarea efectului dat de frecarea dintre epruvetă și reazeme, aceasta va fi sprijinită pe role (v. fig. 4.13), cu lungimea efectivă mai mare decît grosimea epruvetei.

4.8.3. Epruvetele și pregătirea lor

Geometria epruvetelor. Pentru ca atît grosimea epruvetei cît și lungimea fisurii să fie mai mari decît $2{,}5\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$ este necesar ca valorile acestora să fie mai mari decît cele determinate din diagrama din fig. 4.17. La materialele la care $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2 \ll 2{,}5$ mm pot fi utilizate dimensiuni mai mici decît cele obținute din diagramă.

Dimensiunile epruvetei și ale concentratorului sînt date în fig. 4.18, în funcție de grosimea B.

Fisurarea prin oboseală a epruvetelor. Nici o metodă comodă de fisurare prin oboseală nu corespunde cerințelor care trebuie respectate, deoarece acestea nu pot fi controlate decît dacă se înregistrează

simultan atît variația ciclică a forței cît și numărul de cicluri efectuate. De aceea metoda de încercare trebuie astfel aleasă încît distribuția eforturilor unitare să fie simetrică în zona concentratorului, iar factorul de intensitate să poată fi cunoscut cu o precizie de cel puțin 5%.

Inițierea fisurii poate fi grăbită dacă înainte de încercarea de oboseală propriu-zisă epruveta este solicitată, pe parcursul a cîtorva cicluri, cu o forță egală și de semn contrar cu sarcina de oboseală.

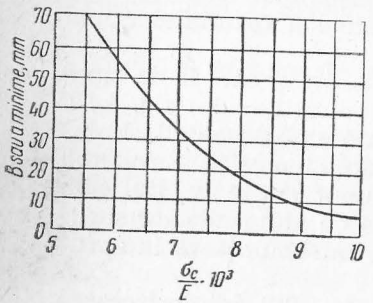


Fig. 4.17

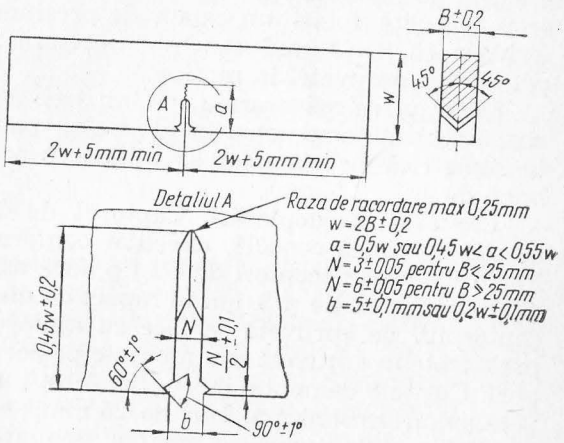


Fig. 4.18

Fisura produsă prin oboseală trebuie să aibă o astfel de lungime încît raportul $\frac{a}{w}$ să fie cuprins între 0,45 și 0,55. Porțiunea inițială a fisurii trebuie realizată cu un ciclu al cărui efort unitar maxim să fie aproximativ trei sferturi din efortul unitar corespunzător atingerii valorii K_{Ic} a materialului.

De-a lungul stadiului final al extensiei fisurii de oboseală, efortul unitar maxim al ciclului nu trebuie să depășească 50% din efortul unitar corespunzător parametrului K_{Ic}, ultimii 1,25 mm din extensia fisurii trebuind produși în cel puțin 50 000 cicluri. Această viteză de extensie a fisurii poate fi obținută cu un ciclu de solicitare care îndeplinește condiția: $K_{max}-K_{min} > 17{,}2\ E$ N/mm$^{3/2}$, unde E este modulul de elasticitate.

Cînd fisurarea prin oboseală este efectuată la o temperatură T_1, diferită de temperatura T_2 la care se face determinarea tenacității

K_{Ic}, factorul de intensitate K_{max} — corespunzător efortului unitar maxim al ciclului cu care este solicitată epruveta de-a lungul realizării porțiunii finale a extensiei fisurii de oboseală — trebuie să satisfacă relația [73]

$$K_{max} < \left(\frac{\sigma_{r1}}{2\sigma_{r2}}\right) K_{Ic}, \qquad (4.12)$$

unde σ_{r1} și σ_{r2} sînt rezistențele la rupere ale materialului la temperaturile T_1 și respectiv T_2.

4.8.4. Efectuarea încercării

Înainte de încercare, se măsoară lățimea și grosimea epruvetei în cel puțin trei secțiuni, cu o precizie de $\pm 0{,}02$ mm. După ruperea epruvetei se măsoară lungimea fisurii atît în punctul de înaintare maximă al frontului acesteia, cît și pe fiecare suprafață laterală a epruvetei, cu o precizie de 0,1 mm. Calculul mărimii K_{Ic} se face luînd pentru lungimea fisurii o valoare determinată astfel: suma celor două lungimi măsurate pe suprafețele laterale va fi adunată cu dublul lungimii maxime a fisurii, iar rezultatul se va împărți la patru. Pentru ca rezultatele încercării să poată fi considerate satisfăcătoare, este necesar ca lungimea fisurii produsă prin oboseală să fie mai mare de 1,25 mm iar între lungimile acesteia măsurate pe suprafețele laterale ale epruvetei nu trebuie să fie diferențe mai mari de 10%.

Sarcina se aplică la mijlocul deschiderii epruvetei, în secțiunea în care este situat concentratorul de eforturi unitare, astfel încît excentricitatea acesteia să fie sub 0,5% din deschidere. Viteza de încărcare se alege astfel încît creșterea factorului de intensitate a eforturilor unitare să fie cuprinsă între 1 000 și 5 000 N/mm$^{3/2}$ pe minut.

Se recomandă ca amplificarea înregistratorului să fie astfel aleasă încît curba forță-deplasare să aibă o pantă inițială cuprinsă între 2 și 1/2.

Aspectul suprafeței de rupere furnizează informații suplimentare cu privire la starea de eforturi unitare ce a existat în zona concentratorului în momentul ruperii epruvetei. Pentru aprecierea acesteia se va măsura lățimea medie x a suprafeței de rupere cu aspect plat și se va raporta la lățimea totală B a suprafeței de rupere (v. fig. 2.31). Pentru ca încercarea să poată fi validată ruperea trebuie să fie predominant plată, adică raportul $\frac{x}{B}$ să fie mai mare decît 0,5.

4.8.5. Calculul tenacității ruperii

Înregistrarea forță-deplasare poate avea unul din cele trei aspecte indicate în fig. 4.19. Pe această înregistrare se construiește tangenta OA și secanta OB a cărei pantă este cu 5% mai mică decît a tangentei. Se notează cu P_s valoarea forței corespunzătoare punctului de intersecție dintre secanta OB și curba forță-deplasare. Forța P_Q, care servește la determinarea valorii condiționale K_Q a tenacității, este definită ca fiind valoarea maximă a sarcinii aplicate care precede atingerea valorii P_S. În cazul în care o asemenea valoare maximă nu există, se va lua $P_Q = P_S$.

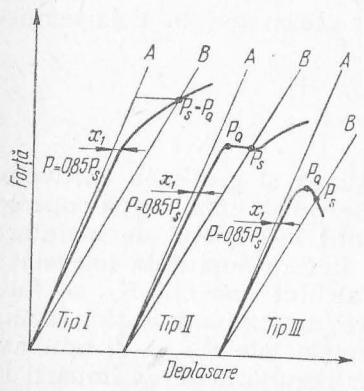


Fig. 4.19

Calculul mărimii K_Q se face cu ajutorul relației [123]

$$K_Q = \frac{P_Q l}{B w^{3/2}} \left[5{,}8 \left(\frac{a}{w}\right)^{1/2} - 9{,}2 \left(\frac{a}{w}\right)^{3/2} + \right.$$

$$\left. + 43{,}6 \left(\frac{a}{w}\right)^{5/2} - 75{,}3 \left(\frac{a}{w}\right)^{7/2} + 77{,}4 \left(\frac{a}{w}\right)^{9/2} \right], \quad (4.13)$$

în care: P_Q este sarcina de calcul, în N; B — grosimea epruvetei, în mm; l — jumătatea deschiderii dintre reazeme, în mm; w — lățimea epruvetei, în mm; a — lungimea totală a fisurii (adîncimea concentratorului plus lungimea fisurii de oboseală), în mm.

Tabelul 4.2

Valorile seriei de puteri din formula (4.12) [123]

$\frac{a}{w}$	$f\left(\frac{a}{w}\right)$	$\frac{a}{w}$	$f\left(\frac{a}{w}\right)$
0,450	4,56	0,500	5,32
0,455	4,63	0,505	5,41
0,460	4,70	0,510	5,50
0,465	4,77	0,515	5,59
0,470	4,84	0,520	5,68
0,475	4,92	0,525	5,78
0,480	5,00	0,530	5,87
0,485	5,07	0,535	5,97
0,490	5,15	0,540	6,08
0,495	5,24	0,545	6,18
		0,555	6,29

Pentru $0{,}45 < \frac{a}{w} < 0{,}55$, valoarea seriei de puteri conținută în paranteza mare a relației (4.13) este tabelată în tabelul 4.2.

Valoarea K_Q este egală cu tenacitatea ruperii la starea plană de deformație K_{Ic} a materialului epruvetei, numai dacă sînt îndeplinite următoarele condiții:

— Deviația x_1 de la liniaritate a înregistrării, măsurată la forța $P = 0{,}8\ P_S$, trebuie să fie mai mică decît un sfert din deviația de la liniaritate, măsurată în punctul de sarcină P_S (fig. 4.19).

— Atît lungimea fisurii, cît și grosimea epruvetei trebuie să fie mai mari decît $2{,}5 \left(\frac{K_Q}{\sigma_c}\right)^2$.

Dacă prima condiție nu este îndeplinită, încercarea nu se consideră aptă pentru determinarea valorii K_{Ic}. În cazul în care cea de-a doua condiție nu este îndeplinită, valoarea K_Q obținută poate servi la estimarea dimensiunilor a și B, deși aceasta nu este egală cu tenacitatea ruperii K_{Ic} a materialului epruvetei.

5. MĂSURAREA CAPACITĂŢII DE OBTURARE A DEFECTULUI

5.1. Metode de măsurare a deplasării de deschidere a fisurii

Metodele de măsurare a deplasării de deschidere a fisurii *C.O.D.* se împart în două grupe: metode directe şi metode indirecte. Prima grupă cuprinde metodele care urmăresc măsurarea distanţei relative dintre două puncte situate de o parte şi de alta a planului care conţine fisura şi amplasate fie pe suprafeţele de rupere fie pe suprafaţa laterală a epruvetei, folosind captori de deplasări. Deoarece practic nu există posibilitatea ca punctele de măsură să fie amplasate chiar la vîrful fisurii, de fapt captorii nu măsoară direct deplasarea de deschidere a fisurii, ci o deplasare proporţională cu aceasta.

Metodele indirecte au în vedere existenţa unor relaţii precise între *C.O.D.* şi alte mărimi, cum ar fi contracţia transversală sau unghiul de încovoiere al epruvetei. Prin măsurarea acestor mărimi şi folosind relaţia de dependenţă, se calculează deplasarea de deschidere a fisurii.

5.1.1. Metode directe de măsurare a *C.O.D.*

Codmetrul cu paletă. Acest dispozitiv, conceput special pentru măsurarea continuă a deplasării de deschidere a fisurii în timpul deformaţiei [13], este alcătuit dintr-o sondă şi un captor de deplasări unghiulare. Sonda este compusă dintr-un ax foarte subţire, prevăzut la unul din capete cu o paletă de formă trapezoidală, ce se introduce între suprafeţele de rupere, cît mai aproape de vîrful fisurii. Axul, care este solidar cu armătura mobilă a captorului, este uşor torsionat de arcul de rapel al acesteia, astfel încît paleta se află în contact permanent cu suprafeţele de rupere (fig. 5.1). În felul acesta, mu-

chiile paletei urmăresc mişcarea relativă a suprafeţelor de rupere pe care o transformă în mişcare de rotaţie a axului, ce se transmite captorului de deplasări unghiulare.

De obicei, captorul de deplasări unghiulare foloseşte drept traductor un dispozitiv inductiv de tip RVDT („Rotary Variable Differential transformer"), care dă un semnal liniar pentru rotiri de $\pm 40°$ în jurul poziţiei medii. Dacă geometria paletei este aleasă în mod corespunzător, acest semnal este direct proporţional cu deplasarea de deschidere a fisurii.

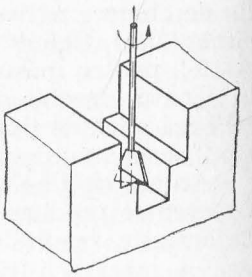


Fig. 5.1

Codmetrul cu paletă este un dispozitiv deosebit de sensibil, care permite măsurarea cu uşurinţă a sutimii de milimetru. Funcţionarea nu este afectată de temperaturile scăzute la care se află uneori epruveta în timpul încercării.

La proiectarea codmetrului este necesar să se acorde o atenţie deosebită sondei, deoarece aceasta trebuie să îndeplinească două condiţii contradictorii: o foarte bună flexibilitate şi o rigiditate de răsucire cît mai mare cu putinţă. De asemenea, forma paletei trebuie astfel aleasă încît să se asigure atît o dependenţă liniară între semnalul electric dat de traductor şi *C.O.D.*, cît şi o bună menţinere a acesteia între suprafeţele de rupere unde, în timpul funcţionării, trebuie să întîmpine rezistenţe de frecare cît mai mici.

Cercetările efectuate în vederea găsirii celei mai bune metode de măsurare a *C.O.D.* [73] au arătat că codmetrul cu paletă prezintă o serie de dezavantaje, dintre care cel mai important este acela al ireproductibilităţii zeroului. Torsionarea axului sondei sub efectul unei tensionări exagerate a arcului de rapel, inexactitatea formei paletei sau a profilului crestăturii ori poziţionarea incorectă a paletei în interiorul crestăturii sînt cauze care pot face ca reproducerea zeroului să fie dificil de obţinut. De asemenea, dispozitivul este dificil de folosit în cazul fisurilor de oboseală, deoarece este necesară o paletă extrem de subţire. Cu toate acestea codmetrul cu paletă este totuşi frecvent folosit în multe laboratoare.

Captorul de deplasări cu bază mică. Rezultate interesante se pot obţine măsurînd deplasarea relativă a două puncte situate la capătul deschis al fisurii şi convertind rezultatele măsurărilor în valori *C.O.D.* Pentru epruvetele cu crestătură solicitate la încovoiere relaţia de conversie poate fi bazată pe presupunerea că secţiunea se roteşte în jurul axei neutre, sau pe etalonări experimentale. Cînd

vîrful fisurii se deformează, dacă deplasările ce urmează a fi măsurate se află dincolo de limita de curgere, trebuie aduse corectări rezultatelor obținute care sînt de același ordin de mărime cu deplasarea de deschidere elastică. Această corecție nu este necesară în cazul în care deplasările măsurate se află mult deasupra limitei de curgere a materialului [14].

Principalul avantaj al acestui procedeu de măsurare a deplasării de deschidere a fisurii este acela că poate fi utilizată tehnica experimentală întrebuințată pentru determinarea tenacității ruperii [73]. Astfel, pentru măsurarea deplasării relative a suprafețelor de rupere la capătul deschis al fisurii pot fi întrebuințați captori de deplasări cu bază mică de tipul celor descrișl la § 4.5.1, dintre care captorul de tipul scoabă cu două console este preferat.

Atunci cînd se utilizează captori de deplasări cu bază mică, dacă ruperea se produce în domeniul elastic, în condițiile stării plane de deformație, rezultatele pot fi interpretate pe baza teoriei liniar-elastice a mecanicii ruperilor, iar dacă apare curgerea, numai analiza deplasării de deschidere a fisurii este corespunzătoare, [73]. Utilizarea unei tehnici experimentale unice, atît pentru măsurarea parametrului K_{Ic}, cît și pentru măsurarea *C.O.D.* oferă posibilitatea ca rezultatele încercării să poată fi interpretate atît prin metodele teoriei liniar-elastice, cît și prin cele ale teoriei elasto-plastice a mecanicii ruperilor, în funcție de domeniul de ductilitate în care se află rezultatele (v. fig. 3.9).

Măsurarea *C.O.D.* cu ajutorul captorilor cu bază mică conduce la rezultate a căror împrăștiere este mult mai mică decît cea obținută prin utilizarea codmetrului, atunci cînd se folosesc epruvete de încovoiere fisurate prin oboseală. Rezultatele obținute cu captorul de tipul scoabă cu două console sînt considerate a fi suficient de sigure tocmai datorită înaltului grad de reproductibilitate care caracterizează această metodă de măsurare.

5.1.2. Metode indirecte de măsurare a *C.O.D.*

Măsurarea contracției transversale. Această metodă simplă de determinare a deplasării de deschidere a fisurii se bazează pe relația care există între *C.O.D.* și contracția transversală de la baza crestăturii. În lucrările de specialitate, această ultimă mărime se notează cu inițialele N.R.C. („Notch root contraction").

Ideea stabilirii unei corelații între N.R.C. și *C.O.D.* se bazează pe observația că ambele mărimi variază cu temperatura după aceleași legi. În primă aproximație, se poate considera că pentru epruvetele crestate, solicitate la încovoiere mărimile *C.O.D.* și N.R.C.

sînt direct proporționale, indiferent de dimensiunile epruvetei sau de natura materialului, dar constanta de proporționalitate poate diferi de la un material la altul [73].

Astfel, pentru epruvetele Charpy V, valoarea N.R.C. este cuprinsă între 50% și 60% din valoarea *C.O.D.*, dacă aceasta din urmă este mai mică de 0,5 mm, iar pentru valori *C.O.D.* mai mari de 0,5 mm, în general, valoarea maximă a N.R.C. este egală cu aceea a *C.O.D.* În cazul epruvetelor de secțiune pătrată, solicitate la încovoiere, avînd latura mai mare de 50 mm, valorile N.R.C. și *C.O.D.* sînt aproximativ egale.

Deoarece măsurarea mărimii N.R.C. se efectuează după îndepărtarea sarcinii, rezultatele obținute nu țin seama și de componentele elastice ale deformațiilor. De aceea, această metodă de determinare a deplasării de deschidere a fisurii este întrebuințată mai ales ca instrument calitativ de cercetare. Poate fi aplicată fără dificultăți atît la epruvetele a căror viteză de încărcare a fost exagerată, cît și la cele fisurate prin oboseală, dacă frontul fisurii este rectiliniu și simetric. O atenție deosebită trebuie să se acorde locului în care se măsoară contracția care, în cazul fronturilor curbe, neregulate sau înclinate trebuie să fie amplasat imediat sub vîrful fisurii corespunzător lungimii medii a acesteia [15]. Metoda descrisă este mai puțin utilizată la epruvetele care s-au deformat în decursul propagării ruperii.

Măsurarea unghiului de încovoiere. Această metodă de determinare a deplasării de deschidere a fisurii, la epruvetele crestate solicitate la încovoiere, utilizează relația teoretică dintre *C.O.D.* și unghiul de rotație a secțiunii transversale în care se produce ruperea. De obicei unghiul de încovoiere este calculat pe baza măsurării săgeții secțiunii mediane a epruvetei. Este interesant de precizat că acesta poate fi măsurat și direct pe epruveta ruptă, potrivind cu atenție cele două jumătăți ale sale. Relația teoretică de legătură dintre deplasarea δ de deschidere a fisurii și unghiul de încovoiere θ, exprimat în grade, este

$$\delta = \frac{1}{2}(w - a)\frac{\pi}{180}\theta, \tag{5.1}$$

presupunînd că centrul de rotație al secțiunii se află la mijlocul lățimii nefisurate a epruvetei.

Cercetările experimentale au arătat că, în general, rezultatele obținute diferă sensibil de cele calculate cu relația (5.1). De aceea, metoda determinării C.O.D. pe baza măsurării unghiului de încovoiere este considerată ca fiind cea mai puțin precisă dintre metodele expuse [73].

5.2. Proiectarea și pregătirea epruvetelor

În general, pentru determinarea valorii critice a *C.O.D.* la rupere se folosesc epruvete de secțiune patrată, solicitate la încovoiere simplă. Forma și dimensiunile acestora precum și profilul crestăturii sînt arătate în fig. 5.2. La epruvetele avînd latura secțiunii cuprinsă între 10 și 25 mm se recomandă utilizarea crestăturii din fig. 5.2, *b*. Profilul din fig. 5.2, *a* este recomandabil la epruvetele cu latura mai mică de 10 mm, iar cel din fig. 5.2, *c* la epruvetele cu grosimea mai mare de 25 mm [73].

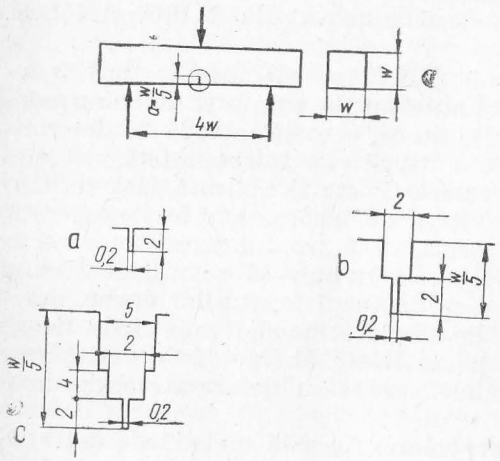


Fig. 5.2

Prelucrarea epruvetelor se face astfel încît să se respecte indicațiile date în capitolul 4. Epruvetele se decupează din mijlocul grosimii semifabricatului avînd linia frontului fisurii perpendiculară pe suprafața semifabricatului. În cazul în care, în afara crestăturii, epruveta urmează a fi prevăzută și cu o fisură de oboseală, producerea acesteia se va face după indicațiile date la § 4.8.3. Lungimea fisurii de oboseală nu trebuie să depășească 15% din lungimea totală a fisurii, care este aproximată ca fiind a cincea parte din grosimea epruvetei.

În cazurile în care nu există nici o indicație cu privire la tenacitatea de rupere a materialului, este recomandabil să se utilizeze epruvetele și metodica descrise în § 4.8, pentru a avea astfel posibilitatea de a interpreta rezultatele experienței atît cu ajutorul conceptului K_{Ic}, cît și cu acela al *C.O.D.*

Cînd se face determinarea valorii critice a *C.O.D.* trebuie să se acorde o atenție deosebită apariției micilor creșteri ale fisurii care preced ruperea instabilă. La oțelurile de mică rezistență, acestea pot fi puse în evidență după încercare, prin prezența lunecărilor pe suprafața de rupere, care apar alături de ruperea prin clivaj. Deoarece în timpul încercării este imposibil să se aprecieze dacă deviația de la liniaritate a înregistrării este datorată curgerii plastice sau

creșterilor fisurii, analiza aspectului suprafeței de rupere este de o importanță deosebită pentru determinarea valorii critice a *C.O.D.*, care este considerată ca fiind valoarea corespunzătoare apariției extensiei instabile a fisurii.

Cu aproximație, se poate considera că valoarea critică a *C.O.D.* este cea care corespunde sarcinii maxime suportate de epruvetă.

5.3. Corelația dintre valorile critice ale *C.O.D.* obținute pe epruvete solicitate la încovoiere și cele obținute pe piese reale

Pentru stabilirea corelației dintre valorile critice ale *C.O.D.* obținute pe epruvete și cele ale pieselor reale au fost efectuate numeroase experiențe care au avut ca scop măsurarea valorii critice a *C.O.D.* atît pe plăci de mari dimensiuni solicitate la întindere, cît și pe recipiente [73]. Măsurările efectuate pe epruvete de încovoiere și pe plăci late solicitate la întindere monoaxială, ambele avînd aceeași grosime, au arătat că curbele de variație cu temperatura ale valorii critice a *C.O.D.* au aproximativ aceeași alură dar sînt translate una față de alta, așa fel încît temperatura de tranziție a epruvetei este mai coborîtă cu 20° pînă la 30°C decît cea a plăcii (fig. 5.3). Dacă determinarea valorii critice a *C.O.D.* se face pe baza unui criteriu cu ajutorul căruia se poate face o distincție precisă între curgerea plastică și creșterea stabilă a fisurii, se constată că diferența dintre cele două temperaturi de tranziție este de numai cîteva grade Celsius.

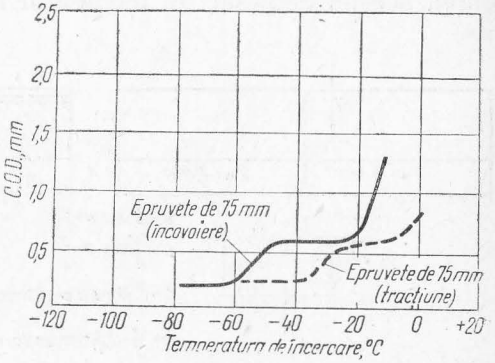


Fig. 5.3

Măsurarea valorilor critice ale *C.O.D.*, efectuată pe recipiente sub presiune și pe epruvete de încovoiere conduce în general la aceleași rezultate, dacă în ambele cazuri crestătura are aceeași formă și aceleași dimensiuni și dacă grosimea recipientului este egală cu latura secțiunii pătrate a epruvetei [24]. Această concluzie nu este valabilă decît pentru domeniul ruperilor complet fragile, întrucît la valori relativ ridicate ale ductilității conceptul valorii critice a *C.O.D.* nu mai este aplicabil. În aceste cazuri atît la

epruvetele de încovoiere, cît și la recipiente diagrama forță-deplasare de deschidere a fisurii prezintă o zonă foarte plată în regiunea extremului, astfel încît acesta este imposibil de localizat cu precizie.

5.4. Recomandări practice privind tehnica măsurării C.O.D.

Metodele de determinare a deplasării de deschidere a fisurii pot fi considerate ca fiind extrapolări ale metodelor de determinare a tenacității ruperii. De aceea recomandările date în § 4.8 sînt valabile deși nu toate sînt obligatorii pentru măsurarea *C.O.D.*, dar îi asigură o mai mare rigurozitate [73].

5.4.1. Metoda de încercare

Determinarea valorii critice a deplasării de deschidere a fisurii se face pe epruvete solicitate la încovoiere simplă, fisurate în prealabil prin oboseală în secțiunea centrală, în care este prevăzută și o crestătură prelucrată mecanic. În timpul încercării se înregistrează curba de variație a sarcinii aplicate în funcție de deplasarea relativă a fețelor crestăturii. Scopul încercării este acela de a determina valoarea acestei deplasări în momentul ruperii sau în acela al producerii instabilității și corelarea ei cu valoarea critică a *C.O.D.* la temperatura la care se efectuează încercarea.

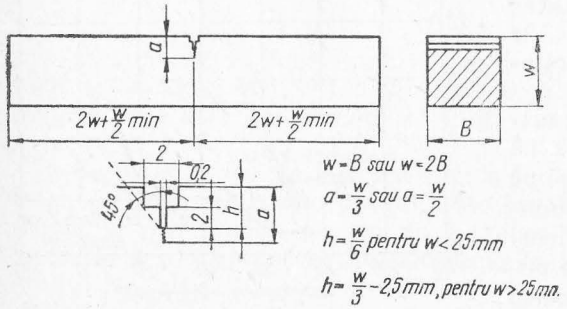


Fig. 5.4

5.4.2. Geometria epruvetei

Epruveta (fig. 5.4) se prelucrează din întreaga grosime a semifabricatului, cu lungimea dirijată în direcția fibrelor materialului. Secțiunea transversală a epruvetei este patrată ($B=w$) sau dreptunghiulară $\left(B=\frac{w}{2}\right)$ iar lungimea L cel puțin de cinci ori mai mare decît lățimea w [122]. Pentru inițierea fisurii de oboseală, în secțiunea transversală de la mijlocul lungimii epruvetei se prelucrează o crestătură dreaptă avînd lățimea de 0,2 mm și raza de racordare mai mică de 0,1 mm. Întrucît prelucrarea unei asemenea crestături pe adîncimi mai mari de 3 mm este dificil de realizat, crestătura are profilul din fig. 5.4, unghiul de 45° ne trebuind în nici un caz depășit. Pentru respectarea acestuia, la alegerea adîncimii primei trepte a crestăturii trebuie să se țină seama de faptul că adîncimea totală h a crestăturii trebuie să fie cuprinsă între $\frac{w}{6}$, la epruvetele avînd $w<25$ mm și $\left(\frac{w}{3}-2{,}5\text{ mm}\right)$, la celelalte.

5.4.3. Aparatura utilizată

Pentru măsurarea *C.O.D.* poate fi utilizată orice mașină universală de încercat care îndeplinește condițiile descrise la § 4.8.2.

Măsurarea deplasărilor se poate face cu un captor cu paletă sau cu unul din captorii descriși la § 4.5.1 [70]. Se preferă captorul de deplasări de tipul scoabă cu dublă consolă (fig. 4.10), astfel proiectat încît pentru baza de 15 mm, să funcționeze liniar pînă la deplasări de cel puțin 3 mm. Se recomandă ca etalonarea captorului să se facă la temperatura de încercare a epruvetei iar sensibilitatea acestuia să fie mai mare de 2 mV/mm.

Înregistratorul de tipul X—Y, trebuie să asigure distorsionarea minimă a semnalului. Timpul de răspuns și viteza de scriere trebuie să fie suficiente pentru ca înregistrarea să poată fi conform cu semnalul dat de captori. Cîteva exemple tipice de înregistrări forță-deplasare sînt arătate în fig. 5.5 [73].

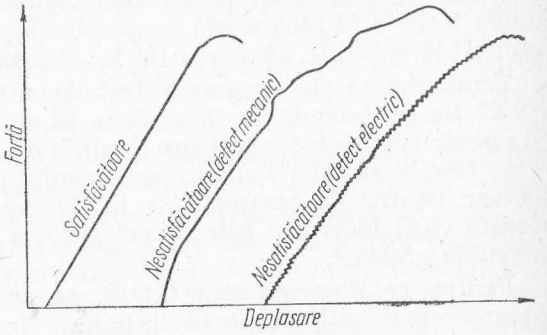


Fig. 5.5

Pentru evitarea pe cît posibil a frecărilor dintre epruvetă și reazeme se recomandă sprijinirea epruvetei pe role (v. fig. 4.13) al căror diametru D trebuie să fie cuprins între $\frac{w}{3}$ și w.

5.4.4. Fisurarea prin oboseală a epruvetelor

Prefisurarea prin oboseală a epruvetelor utilizate pentru măsurarea valorii critice a *C.O.D.* se face după recomandările de la § 4.6.1 și § 4.8.3.

Lungimea fisurii trebuie să fie pe cît posibil constantă de-a lungul grosimii materialului. În acest scop, lungimile fisurii, măsurate pe suprafețele laterale ale epruvetei, nu trebuie să difere între ele cu mai mult de 5% din lățimea epruvetei. De asemenea, planul fisurii nu poate fi înclinat cu mai mult de 5° față de planul transversal median al crestăturii. După ruperea epruvetei se măsoară lungimea fisurii în trei puncte situate la 25, 50 și 75% din grosimea B. Măsurarea trebuie făcută cu o precizie de 0,5% w, iar diferențele dintre două rezultate oarecare nu trebuie să depășească 2,5%w. Se verifică dacă între cea mai mică și cea mai mare lungime măsurată a fisurii sînt diferențe mai mici de 5% w și dacă lungimea minimă a fisurii de oboseală este mai mare de 1,25 mm. În cazul în care cel puțin una din aceste condiții nu este îndeplinită, încercarea nu poate fi considerată valabilă [73].

5.4.5. Efectuarea încercării

Încercarea ce are ca scop determinarea valorii critice a C.O.D. efctuează în conformitate cu recomandările prezentate la § 4.8.4. Rolele trebuie să aibă axele perpendiculare pe planul vertical longitudinal de simetrie, abaterea de la această poziție fiind de max. 2°.

Temperatura de încercare trebuie măsurată cu o precizie de ± 2°C. Se recomandă ca încercările să se efectueze în medii potrivite pentru temperaturile joase. Înainte de începerea încercării, epruveta trebuie să aibă temperatura mediului. Se consideră că timpul necesar pentru ca epruveta să ia temperatura mediului în care aceasta va fi încercată este de cel puțin 4 min pentru fiecare centimetru de grosime.

Pentru ca determinarea *C.O.D.* să se facă în condițiuni bune este recomandabil ca panta inițială a înregistrării forță-deplasare să fie cuprinsă între 1 și 2.

5.4.6. Analiza și interpretarea rezultatelor experimentale

Examinarea înregistrării forță-deplasare. Înregistrarea forță-deplasare, obținută în timpul încărcării pînă la rupere a epruvetei fisurate, poate fi de următoarele trei tipuri:

a. În cazul unei înregistrări uniforme, la care forța crește cu creșterea deplasării pînă la atingerea ruperii, deplasarea critică se ia egală cu deplasarea totală (incluzînd atît componenta elastică cît și pe cea plastică) corespunzătoare sarcinii maxime. Dacă ruperea se produce în domeniul liniar al înregistrării, datele experienței pot servi la determinarea parametrului K_{Ic}.

b. La unele materiale se pot observa comportări asemănătoare celor date de fenomenele de instabilitate ale fisurii. Acestea apar pe diagrame sub forma unor regiuni în care deplasarea crește mult în raport cu sarcina — care poate rămîne constantă sau chiar scădea dincolo de care curba forță-deplasare continuă să crească pînă la rupere. În astfel de cazuri deplasarea critică se ia egală cu valoarea totală a deplasării corespunzătoare primei instabilități sau discontinuități a diagramei.

c. Cînd curba forță-deplasare prezintă un punct de maximum, dincolo de care deplasările mai cresc încă pînă la producerea ruperii, se poate presupune că în punctul de maxim este atinsă starea de creștere stabilă a fisurii. Deplasarea critică este definită ca fiind valoarea deplasării la care începe creșterea fisurii. Evident că în primă aproximație aceasta poate fi luată egală cu abscisa acestui maxim, deși este posibil ca la unele materiale extensii ale fisurii să se producă chiar și în acest punct. De aceea, pentru determinarea exactă a deplasării critice, este necesar ca o a doua epruvetă să fie încărcată pînă la atingerea condițiilor de forță și deplasare corespunzătoare punctului de maximum iar apoi descărcată și secționată pentru a se vedea dacă extensia fisurii a avut loc sau nu. Dacă se constată că extensia fisurii a avut loc, alte epruvete vor fi încărcate cu forțe din ce în ce mai mici pînă ce se determină valoarea critică a deplasării la care începe extensia fisurii.

După obținerea valorii critice a deplasării măsurată de captor este necesară conversia acesteia în adevărata valoare critică a deplasării de deschidere a fisurii (δ_c) de la vîrful acesteia. În acest scop este necesar să se cunoască cu precizie distanța dintre punctul de măsură, în care este instalat captorul și vîrful fisurii, precum și valoarea lățimii nefisurate a epruvetei. Conversia poate fi făcută folosind curbe de etalonare sau, aproximativ, presupunînd că deplasarea se datorește rotației secțiunii nefisurate, în jurul unei axe orizontale aflate la mijlocul înălțimii acesteia.

Calculul valorii critice a *C.O.D.* (δ_c). Curbele tipice de variație ale forței aplicate în funcție de deplasarea măsurată în punctele de prindere ale captorului sînt arătate în fig. 5.6. Cînd ruperea se produce pe porțiunea crestătoare a diagramei, deplasarea v_c și forța de rupere P_c pot fi determinate din coordonatele ultimului punct

al înregistrării. Dacă forța aplicată trece printr-o valoare maximă iar deplasarea continuă să crească și cînd forța scade, deplasarea la forța maximă v_m și forța maximă P_m se determină din coordonatele punctului de extrem al diagramei.

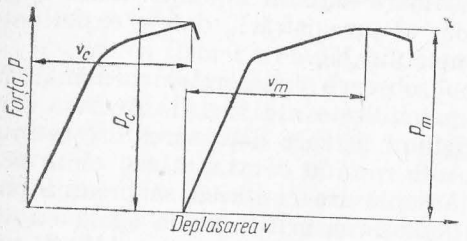


Fig. 5.6

Deplasarea măsurată de captor poate fi convertită în *C.O.D.*, folosind următoarea relație [73]:

$$\delta_r = v_c \frac{1}{1+\frac{n(a+g_0)}{(w+a)}}, \qquad (5.2)$$

în care: g_0 este baza de măsură a captorului; a — lungimea totală a fisurii, inclusiv adîncimea crestăturii; n — o constantă (dacă axa de rotație este presupusă la jumătatea lățimii nefisurate a epruvetei, atunci $n=2$).

Relația (5.2) poate fi scrisă și sub forma

$$\frac{v_c}{\delta_c} = 1+n\,\frac{\frac{a}{w}+\frac{g_0}{w}}{1+\frac{a}{w}}, \qquad (5.3)$$

de unde rezultă că pentru n și $\frac{g_0}{w}$ date, raportul $\frac{v_c}{\delta_c}$ poate fi reprezentat grafic în funcție de $\frac{a}{w}$. Curbele astfel obținute sînt compatibile cu cele rezultate din încercările care au ca obiect determinarea tenacității ruperii K_{Ic}, pentru starea plană de deformație.

6. PREVENIREA RUPERILOR BRUTALE

6.1. Calculul condițiilor de propagare a fisurilor

Cel mai eficace mijloc de prevenire a ruperilor brutale este cunoașterea condițiilor de propagare a fisurilor [79]. Aceste condiții sînt determinate de o serie de parametri, cum sînt eforturile unitare aplicate, temperatura, lungimea maximă a fisurii etc., ale căror valori caracterizează starea critică de solicitare a unui element de construcție la care fisura, devenind instabilă, se propagă violent provocînd distrugerea instantanee a elementului respectiv sau chiar a întregii construcții. Calculul condițiilor de propagare a fisurilor se poate face atît pe baza principiilor mecanicii ruperilor, cît și cu ajutorul altor numeroase metode care, în locul parametrilor fundamentali ai mecanicii ruperilor K_{Ic} și *C.O.D.*, utilizează fie alte mărimi, fie proprietățile mecanice ale materialelor ce se măsoară în mod obișnuit. Cele mai reprezentative dintre aceste metode sînt expuse în cele ce urmează. Acestea se utilizează ca metode auxiliare la estimarea lungimii critice a defectului — una din principalele mărimi fără cunoașterea căreia, aplicarea mecanicii ruperilor la rezolvarea problemelor inginerești este imposibilă.

6.1.1. Metoda lui Boyd

Boyd [6] pleacă de la relația lui Griffith, dîndu-i o formă mai generală pentru a ține seama de energia cinetică a fisurii în curs de propagare. Dacă W_e este energia elastică eliberată de prezența unei fisuri de lungime a, W — energia absorbită prin formarea fisurii și W_c — energia cinetică asociată creșterii acestei fisuri, relația care înlocuiește ecuația lui Griffith este

$$\frac{dW_e}{da} = \frac{dW}{da} + \frac{dW_c}{da}. \qquad (6.1)$$

Diagrama de bază a teoriei lui Boyd este dată în fig. 6.1, *a*, în care s-a reprezentat variația derivatelor $\frac{dW_e}{da}$ și $\frac{dW}{da}$ în funcție de

lungimea fisurii [37]. Derivata $\frac{dW_e}{da}$ mai întîi crește după o lege aproape liniară, a cărei tangentă în origine reprezintă tocmai graficul relației lui Griffith, iar apoi tinde asimptotic către o valoare constantă, deoarece densitatea de energie existentă înainte de apariția fisurii este limitată de proprietățile materialului. Derivata $\frac{dW}{da}$ variază de asemenea cu lungimea fisurii. Pentru o fisură scurtă, deformațiile plastice asociate acesteia sînt destul de importante și deci $\frac{dW}{da}$ are valori ridicate, care descresc atunci cînd lungimea fisurii crește. Se știe că valoarea accelerației fisurii este funcție de modul de rupere și că trecerea de la ruperea ductilă la cea fragilă se face brusc. Schimbarea modului de rupere conduce la modificarea curbei $\frac{dW}{da} = f(a)$; după producerea acestui fenomen, derivata $\frac{dW}{da}$ scade mai repede decît înainte și tinde spre o valoare constantă pe măsură ce viteza de propagare a fisurii se apropie de valoarea limită. Cînd fisura este scurtă, derivata $\frac{dW_e}{da}$ este mai mică decît $\frac{dW}{da}$; deci, energia elastică eliberată de o eventuală extensie a fisurii fiind inferioară energiei pe care aceasta este capabilă să o absoarbă, fisura este stabilă. Abscisa punctului de intersecție al celor două curbe reprezintă lungimea critică a fisurii, dincolo de care fisura devine

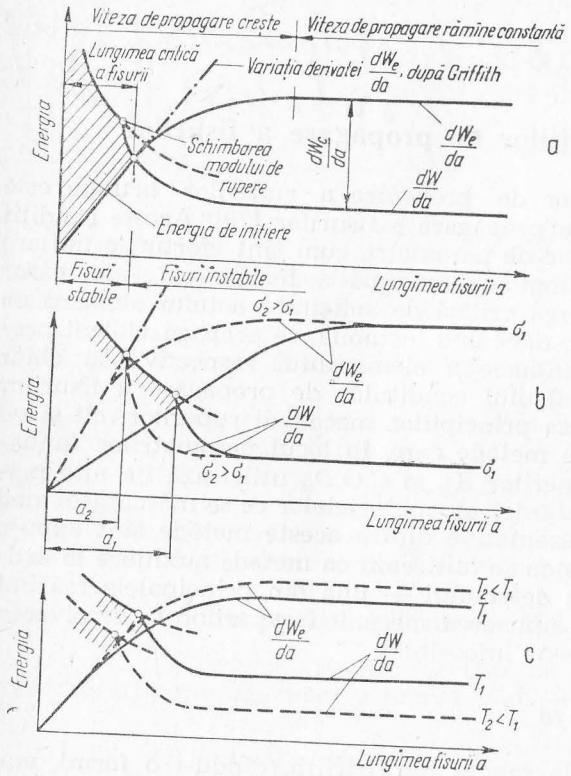


Fig. 6.1

instabilă. Pentru ca lungimea fisurii să poată atinge valoarea critică este necesară introducerea unei energii de inițiere corespunzătoare ariei hașurate din fig. 6.1, *a*. Deoarece dincolo de lungimea critică $\frac{dW_e}{da} > \frac{dW}{da}$, rezultă o energie disponibilă care se transformă în energie cinetică $\frac{dW_c}{da}$ și care contribuie la creșterea vitezei de propagare a fisurii.

Influența creșterii eforturilor unitare asupra modului de variație al funcțiilor $\frac{dW_e}{da}$ și $\frac{dW}{da}$ poate fi pusă în evidență cu ajutorul fig. 6.1, *b*, unde curbele trasate cu linie întreruptă corespund unor eforturi mai mari decît cele pentru care au fost reprezentate curbele trasate cu linie continuă. Se observă că creșterea eforturilor unitare mărește panta tangentei — dusă în origine la graficul derivației $\frac{dW_e}{da}$, fără a modifica sensibil valoarea limită a acestei derivate și că, efectul produs asupra derivatei $\frac{dW}{da}$, este echivalent cu micșorarea lungimii fisurii la care are loc schimbarea modului de rupere. Așa cum rezultă din diagramă, creșterea eforturilor unitare aplicate conduce la micșorarea lungimii critice a fisurii și deci a energiei necesare pentru inițierea acesteia.

Influența temperaturii rezultă din diagramele prezentate în fig. 6.1, *c*, unde curbele corespunzătoare unei temperaturi mai mici au fost figurate cu linie întreruptă. Coborîrea temperaturii nu modifică practic panta în origine a curbei $\frac{dW_e}{da}$ dar produce concomitent mărirea valorii limită a derivatei $\frac{dW_e}{da}$ și coborîrea asimptotei orizontale a curbei trasate pentru funcția $\frac{dW}{da}$. Așadar și coborîrea temperaturii conduce la micșorarea lungimii critice a fisurii și a energiei necesare, pentru inițiere. În același timp, ca urmare a creșterii energiei cinetice (care este egală cu distanța dintre cele două curbe) rezultă o creștere a vitezei limite de propagare a fisurii.

6.1.2. Metoda lui Pellini și Puzak

Metodele de prevenire a ruperii brutale se bazează pe controlul condițiilor de inițiere sau de propagare a ruperii. Pînă de curînd, cea mai largă răspîndire a avut-o metoda bazată pe conceptul de oprire a ruperii, deoarece este simplă, necesitînd numai cunoașterea

proprietăților materialului piesei precum și nivelul general de solicitare.

Elementele fundamentale ale acestei metode — temperatura de tranziție de ductilitate, diagrama de analiză a ruperii și valorile limită ale parametrilor K_{Ic} și δ_c determinate pe baza încercărilor dinamice de mecanica ruperilor — au fost utilizate în numeroase standarde la formularea criteriilor de proiectare.

Diagrama de analiză a ruperii. Metoda de analiză a ruperii imaginată de Pellini și Puzak*) se bazează pe diagrama de principiu din fig. 6.2.

Pentru oțel, rezistența de rupere determinată pe epruvete nefisurate și limita de curgere cresc progresiv, pe măsură ce temperatura scade, devenind egale la o valoare foarte coborîtă a temperaturii, numită temperatura de tranziție de ductibilitate în absența defectelor. Dacă epruveta comportă un mic defect ascuțit, atunci variația cu temperatura a limitei de curgere și a rezistenței de rupere sînt date de curbele reprezentate cu linie-punct. Rezultă că prezența defectului afectează substanțial modul de variație a rezis-

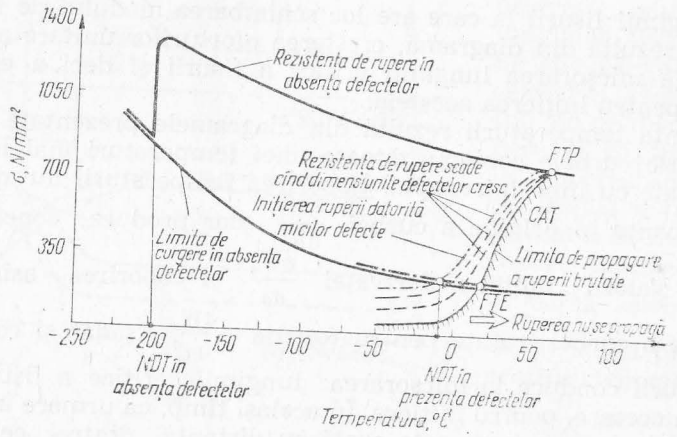


Fig. 6.2

tenței de rupere în timp ce limita de curgere rămîne aproape nemodificată. Cele două curbe trasate cu linie-punct se întîlnesc în punctul *NDT*, a cărui abscisă corespunde temperaturii de tranziție de

*) Pellini, W. S., Puzak, P.P. Fracture Analysis Diagram Procedure for the Fracture-Safe Engineering Design of Steel Structures. U. S. Naval Research Laboratory, Washington, NRL Report 5920, 1963.

ductilitate în prezența unui defect și care este foarte mare în comparație cu temperatura *NDT* în absența defectelor.

Pe măsură ce dimensiunea defectului crește, la temperaturi mai mari decît temperatura *NDT*, curba de variație a rezistenței de rupere devine tot mai abruptă pînă cînd se confundă cu curba notată cu *CAT* (Crack Arrest Temperature), care dă valorile eforturilor unitare la care se produce oprirea ruperii fragile aflată în curs de propagare la o temperatură dată. Curba de variație a rezistenței de rupere în prezența unor defecte de dimensiuni mici și curba *CAT* descriu condițiile de solicitare și de temperatură la care are loc inițierea și, respectiv, oprirea ruperii. De obicei, aceste curbe se trasează folosind rezultatele obținute la încercările „drop-weight" și Robertson. Domeniul dintre cele două curbe corespunde condițiilor în care propagarea ruperii este posibilă. Acest domeniu este împărțit în două zone de către curba de variație a limitei de curgere. Zona inferioară corespunde propagării instabile iar cea superioară — propagării stabile.

Pe curba *CAT* se află două puncte de o excepțională importanță pentru proiectare: punctul *FTE* (Fracture Transition Elastic), situat la intersecția curbei *CAT* cu curba de variație a limitei de curgere, care determină temperatura maximă pînă la care este posibilă propagarea instabilă a ruperii în regim de solicitare elastic; punctul *FTP* (Fracture Transition Plastic), aflat la confluența curbelor de

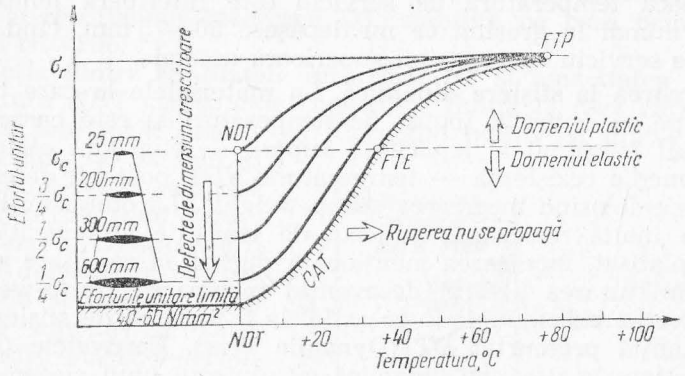


Fig. 6.3

variație a rezistenței de rupere cu curba *CAT*, care corespunde temperaturii dincolo de care ruperea se produce în întregime ductil.

În fig. 6.3 se prezintă diagrama de analiză a ruperii stabilită de Pellini și Puzak [81], pentru defecte avînd dimensiunile cuprinse

între 25 și 600 mm. Domeniul cuprins între curbele limită este străbătut de o familie de curbe de aceeași formă cu curba *CAT*, fiecare din acestea descriind modul de variație cu temperatura a efortului unitar necesar pentru inițierea ruperii, la o valoare dată a dimensiunii defectului, luată ca parametru. Se observă că la temperaturi mai mici decît *NDT*, toate aceste curbe se transformă în drepte paralele cu axa temperaturilor.

Eforturile unitare necesare pentru inițierea ruperii fragile variază invers proporțional cu rădăcina patrată a dimensiunilor defectelor. Astfel, pentru defecte cu lungimi ce variază între 25 și 600 mm, la temperatura *NDT*, rezistența de rupere este cuprinsă între limita de curgere și 25% din această valoare. Dacă eforturile unitare aplicate sînt inferioare valorii limită, care este cuprinsă între 40 și 60 N/mm², ruperea nu poate fi inițiată indiferent de lungimea defectului.

Diagrama de analiză a ruperii reprezintă o corelație generală între dimensiunea defectului, efortul unitar relativ și variația de temperatură în raport cu temperatura *NDT*. Pentru determinarea ei completă este necesară cunoașterea unui singur parametru: temperatura *NDT*. Cele două puncte caracteristice pentru proiectare, *FTE* și *FTP* sînt situate la 33°C și respectiv 66°C deasupra temperaturii *NDT*.

Diagrama din fig. 6.3 poate fi utilizată la orice grosime de material, dacă temperatura de serviciu este inferioară temperaturii *NDT* și numai la grosimi ce nu depășesc 50—75 mm, cînd temperatura de serviciu este sensibil superioară acesteia.

Încercarea la sfîșiere dinamică. La materialele la care tranziția are loc pe un interval îngust de temperaturi și este caracterizată de un salt însemnat al tenacității ruperii — cum sînt oțelurile de mică și medie rezistență — temperatura *NDT* poate fi determinată cu precizie folosind încercarea „drop-weight". La oțelurile de înaltă și foarte înaltă rezistență, palierul de tranziție al tenacității este foarte aplatisat, încercarea menționată ducînd la rezultate ambigui. Pentru înlăturarea acestui dezavantaj încercarea „drop-weight" a fost perfecționată, ajungîndu-se astfel la încercarea de sfîșiere dinamică, numită prescurtat DT (Dynamic Tear). Epruvetele (fig. 6.4) sînt solicitate la flexiune dinamică cu ajutorul unui ciocan-pendul, capabil să dezvolte un lucru mecanic cuprins între 675 și 1 350 N.m. La mijlocul deschiderii, epruveta este prevăzută cu o crestătură ascuțită sau cu o fisură de oboseală. Uneori crestătura conține un cordon de sudură care este fragilizat prin aliere.

Dacă încercarea DT este condusă de-a lungul unui domeniu de temperaturi care conține temperatura *NDT*, se poate trasa curba

de tranziție a energiei absorbite în funcție de temperatură. Dacă palierul tranziției este destul de înalt — cazul oțelurilor de mică și medie rezistență — la mijlocul înălțimii acestuia se află punctul *FTE*, iar porțiunea din curba de variație cu temperatura a energiei absorbite, aflată sub acest punct, se confundă cu curba *CAT*. Temperatura *NDT* se determină din aceeași condiție ca la încercarea „drop-weight", și anume absența buzelor de forfecare pe suprafața de rupere a epruvetei, care trebuie să aibă un aspect complet plat.

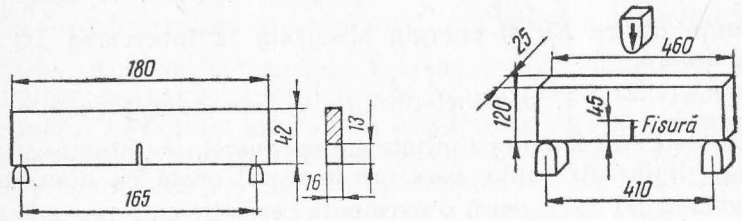


Fig. 6.4

Cînd palierul curbei de tranziție este aplatisat, temperatura de tranziție nu mai este semnificativă. În acest caz trecerea de la ruperea ductilă la cea fragilă poate fi pusă în evidență prin studiul tranziției rezistenței sau cu ajutorul procedeelor de interpretare analitică a rezultatelor încercării DT, stabilite pe baza principiilor mecanicii ruperilor.

Corelația dintre rezultatele încercării DT și tenacitatea ruperii. Temperatura *NDT* corespunde condițiilor limită la care ruperea se mai poate face încă total fragil. Corelația biunivocă dintre modul de comportare al ruperii și starea de eforturi unitare (ruperea fragilă fiind caracterizată de prezența stării plane de deformație iar cea ductilă de prezența stării plane de eforturi unitare), poate fi utilizată la determinarea condițiilor în care are loc tranziția de la ruperea total fragilă la ruperea fragil-ductilă. În acest scop a fost măsurată tenacitatea ruperii, folosind epruvete DT, pentru o gamă largă de stări

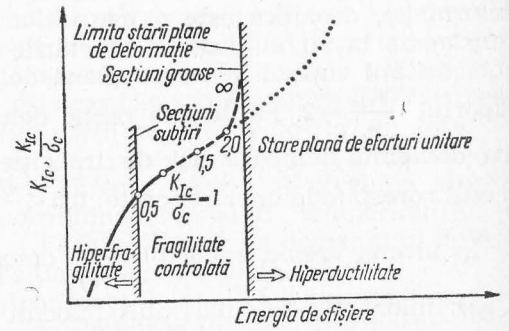


Fig. 6.5

de eforturi unitare, cuprinse între starea plană de deformație (caracterizată de absența contracției laterale paralele cu frontul fisurii) și starea plană de eforturi unitare, pusă în evidență de prezența curgerii la baza crestăturii. Relația generală, obținută experimental, între energia absorbită la încercarea DT și valorile K_{Ic} este arătată în fig. 6.5. Porțiunea de curbă trasată cu linie plină, exprimă corelația dintre încercarea DT și valorile K_{Ic} care îndeplinesc condițiile de validare impuse de normele ASTM și se întinde pînă la valori ale raportului $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}$ apropiate de unu. Se observă că dependența dintre K_{Ic} și energia absorbită la încercarea DT este aproape liniară.

La valori $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c} > 1$, parametrului K_{Ic} i s-au adus corecțiile plastice datorate dimensiunilor limitate ale epruvetei, obținîndu-se curba trasată cu linie întreruptă, care crește rapid odată cu ductilitatea.

Încercarea DT furnizează o excelentă corelație care poate fi folosită la indicarea valorilor K_{Ic} sigure, indiferent dacă acestea au fost obținute conform normelor de validare ASTM sau prin procedee de corecție. Această corelație este valabilă pînă la limitele de aplicabilitate ale condițiilor stării plane de deformație. Punctul curbei K_{Ic} — energie absorbită la încercarea DT, care corespunde atingerii stării plane de eforturi unitare, caracterizează trecerea tenacității ruperii din domeniul elastic în cel plastic. Dincolo de acest stadiu de solicitare, energia DT reprezintă tenacitatea ruperii la starea plană de eforturi unitare.

S-a arătat anterior că raportul $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}$ constituie un parametru fundamental pentru definirea tenacității ruperii la starea plană de deformație, deoarece este o măsură a dimensiunilor zonei plastice care apare la vîrful fisurii. Cercetările au arătat că valoarea limită a tenacității ruperii la starea plană de deformație se atinge pentru raportul $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c} = 2$. Pe de altă parte, determinarea valorilor K_{Ic}, pentru domeniul temperaturii de tranziție, a condus la concluzia că acesta corespunde unor rapoarte: $0{,}5 < \frac{K_{Ic}}{\sigma_c} < 2$.

În ultima vreme, raportul $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}$ determinat prin aplicarea statică a sarcinilor este tot mai mult înlocuit de raportul $\frac{K_{Id}}{\sigma_d}$, care se determină în condiții de încărcare dinamică. Acest raport, în care K_{Id} este tenacitatea dinamică a ruperii la starea plană de deformație

iar σ_d — limita de curgere la sarcini dinamice, este mai mic decît $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}$ și de aceea poate fi considerat ca un parametru sigur de proiectare. Poate fi utilizat la determinarea temperaturii *NDT*.

Studiul variației cu temperatura al rapoartelor $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}$ și $\frac{K_{Id}}{\sigma_d}$ și al energiei absorbite la încercarea DT a arătat că la temperatura *NDT*, cele două rapoarte au valorile: $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c} = 1{,}3$ și $\frac{K_{Id}}{\sigma_d} = 0{,}5$. Raportul $\frac{K_{Id}}{\sigma_d} = 0{,}5$ corespunde celei mai mici valori a tenacității ruperii la starea plană de deformație. La temperaturi superioare temperaturii *NDT*, aceasta crește rapid pînă la o valoare limită, determinată de punctul *FTE*, aflat la mijlocul înălțimii palierului curbei de tranziție a energiei absorbite la încercarea DT. Pentru secțiuni foarte groase, limita stării plane de deformație, în condiții dinamice de solicitare, se atinge la temperaturi mai mari decît temperatura *NDT* cu 33 pînă la 45°C.

La materialele de mică și medie rezistență, utilizarea directă a mecanicii ruperilor în domeniul temperaturii de tranziție este dificilă din următoarele considerente:

a. Sub temperatura *NDT* tenacitatea dinamică a ruperii la starea plană de deformație are valori foarte coborîte. Ca urmare, chiar și pentru eforturi unitare de rupere mult mai mici decît limita de curgere, dimensiunile critice ale fisurilor sînt prea mici pentru a putea fi detectate prin inspecție.

b. Determinarea tranziției parametrilor K_{Ic} și K_{Id} presupune utilizarea unui număr mare de epruvete de mari dimensiuni care să fie încercate la toate temperaturile cuprinse în domeniul de tranziție. Deoarece aceste experiențe sînt rareori justificate economic, de obicei se determină valorile parametrilor K_{Ic} și K_{Id}, pe epruvete de mici dimensiuni, numai la temperatura *NDT* sau la o valoare inferioară acesteia, considerînd că deasupra temperaturii *NDT* ruperea epruvetei se face în condițiile stării plane de eforturi unitare.

Rezultă că principiile mecanicii ruperilor sînt mai comod de utilizat dacă se folosesc metode indirecte, bazate pe corelația acestora cu încercarea DT care, determinînd domeniul temperaturilor de tranziție cuprins între *NDT* și *FTE*, indică limita domeniului de temperaturi în care are loc tranziția parametrului K_{Id}.

Versiunea expandată a diagramei de analiză a ruperii. Diagrama de analiză a ruperii stabilită de Pellini și Puzak a fost perfecționată pentru a ține seama de efectul grosimilor mari ale pieselor. Astfel s-a obținut diagrama din fig. 6.6, [81] al cărui domeniu de tempe-

raturi delimitat de abscisele punctelor *NDT* și *FTE* este cuprins între 33 și 45°C, cînd grosimea *B* a materialului variază de la 25—50 mm la 150—200 mm. În aceleași condiții, temperatura corespunzătoare punctului *FTP* este mai mare decît cea a punctului *FTE* cu 33—45°C.

Din examinarea diagramei rezultă că aceasta are următoarele caracteristici:

— Pentru defecte de dimensiuni mici, efectul grosimii piesei produs asupra curbei diagramei este neînsemnat. În acest caz condițiile de instabilitate a ruperii sînt determinate nu de grosimea materialului ci de dimensiunea defectului.

— La defecte de dimensiuni mari, instabilitatea este afectată de valoarea grosimii, deoarece creșterea acesteia produce constrîn-

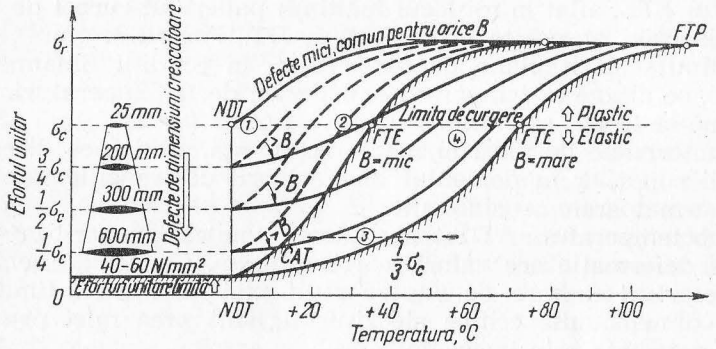


Fig. 6.6

geri suplimentare. Acest efect este pus în evidență de translația punctului *FTP*.

— Odată cu creșterea grosimii materialului, panta curbelor diagramei scade. Acest efect, valabil numai la temperaturi mai mari decît temperatura *NDT* are drept consecință creșterea abscisei punctului *FTE*.

Punctele de pe diagramă notate cu cifre corespund situațiilor practice care pot fi întîlnite în activitatea de proiectare: defecte mici (*1*) ori moderate (*2*) solicitate aproape de limita de curgere sau defecte foarte mari solicitate la efortul unitar nominal (*3*) ori aproape de limita de curgere (*4*).

Expandarea diagramei cu 17°C este necesară numai în situații speciale cînd există defecte foarte mari, situate în piese extrem de groase, solicitate de eforturi unitare mari.

6.1.3. **Metoda studierii concentrării eforturilor unitare**

Începînd din anul 1969 sînt preferate metodele de prevenire a ruperii brutale bazate pe conceptul de inițiere a ruperii din următoarele considerente: conceptul opririi ruperii poate servi ca cerință la stabilirea proprietăților materialului dar este dificil de justificat economic sau de folosit la aprecierea semnificației unui defect; niciodată dimensiunile fisurii oprite nu pot fi suficient de mari pentru a periclita siguranța construcției, mai ales cînd aceasta este un recipient la care scurgerea fluidului presurizat trebuie prevenită; cînd creșterea siguranței este justificată economic, fisura de lungime maximă nu numai că nu trebuie să atingă dimensiunea critică — ce conduce la producerea catastrofei — dar trebuie să fie chiar mai mică decît fisura oprită; în cazul recipientelor și al pieselor în rotație, aplicarea conceptului opririi ruperii conduce la limitări excesive.

Din categoria metodelor fundamentate pe conceptul inițierii ruperii face parte și cea care recurge la studierea concentrării eforturilor unitare. Elaborarea acestei metode este justificată de faptul că principalul domeniu de aplicație al mecanicii ruperilor fiind cel al structurilor de rezistență, este normal ca metodele de calcul ale acesteia să se bazeze, pe cît posibil, pe proprietățile mecanice ale materialelor cu care inginerul lucrează în mod obișnuit. De asemenea, trebuie adăugat că, deseori, problema constă în a evalua pericolul ruperii brutale la construcții deja executate sau care se află în serviciu de mai mult timp. Ca urmare, mecanica ruperilor a fost dezvoltată în direcția punerii la punct a unor metode de calcul, bazate pe proprietățile mecanice ale materialelor măsurate obișnuit. Pentru a evita introducerea parametrilor *K* și *C.O.D.*, metodele elaborate, care sînt utilizabile pentru oțelurile de mică și medie rezistență, recurg la tratarea concentrării eforturilor unitare.

Calculul condițiilor de rupere în funcție de energia absorbită în încercarea Charpy. Dacă se fac încercări de rupere pe plăci fisurate executate dintr-un material dat și se măsoară efortul unitar nominal σ_{nom} sub care se produce ruperea, precum și valorile semilungimii a a fisurii, se ajunge la concluzia că dacă relația lui Griffith este valabilă, produsul $\sigma^2_{nom}a$ nu are o singură valoare pentru toate încercările executate la aceeași temperatură. Irvine Quirk și Bevitt [48] au observat că produsul $\sigma^3_{nom}a^2$ este constant pentru o temperatură dată și că valoarea acestuia poate fi colerată cu energia absorbită în încercarea Charpy, executată la temperatura considerată. Pe baza acestei constatări, s-a emis ipoteza că condiția de rupere corespunde unei valori critice a produsului $\sigma^3_{nom}a^2$ ce poate fi expri-

mată cu ajutorul valorii energiei absorbite în încercarea Charpy.

După autorii citați, se poate considera că ruperea se poate produce în trei moduri distincte, corespunzătoare valorilor eforturilor unitare principale σ_1, σ_2, σ_3 de la vîrful fisurii (v. fig. 2.30, *b*). Aceste trei moduri de rupere se pot produce:

a) la centrul unei plăci groase solicitate la întindere sau în mijlocul grosimii peretelui unui recipient sub presiune, starea de eforturi unitare fiind triaxială; ruperea se face prin clivaj și se declanșează cînd efortul unitar principal σ_1 atinge valoarea rezistenței de rupere σ_r;

b) pe suprafața unei plăci groase solicitate la tracțiune, cînd $\sigma_3 = 0$ și σ_2 este un efort unitar de întindere; dacă se admite că $\sigma_1 \gg \sigma_2$ ruperea se produce prin forfecare și are loc atunci cînd cel mai mare efort unitar tangențial, de valoare $\frac{\sigma_1}{2}$, atinge valoarea rezistenței de rupere la forfecare pură τ_r;

c) pe suprafața peretelui unui rezervor sub presiune la care starea de eforturi unitare este mai complexă decît cazul simplu al plăcii solicitate la tracțiune; dacă efortul unitar principal σ_2 este de compresiune, cel mai mare efort unitar tangențial are valoarea $\left|\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right|$ iar ruperea se produce prin forfecare și are loc cînd acesta devine egal cu rezistența de rupere τ_r.

Acestor moduri de rupere le corespund criteriile de rupere definite cu ajutorul relațiilor [48]:

$$\begin{aligned} \sigma^3_{nom}\, a^2 &= \sigma^d_e\, \sigma^e_r (C + D\, K_v); \\ \sigma^3_{nom}\, a^2 &= \sigma^d_e\, (2\tau_r)^e (C + D\, K_v); \\ \sigma^3_{nom}\, a^2 &= \sigma^d_e\, (\sigma_2 + 2\tau_r)^2 (C + D\, K_v), \end{aligned} \tag{6.2}$$

în care: d, e, C și D sînt constante ce trebuie determinate experimental; σ_e este limita de elasticitate a materialului; K_v — energia absorbită în încercarea Charpy.

Din criteriile de rupere (6.2) rezultă că între produsul $\sigma^3_{nom}\, a^2$ și energia absorbită în încărcarea Charpy există o dependență liniară fapt care se confirmă și experimental. Relațiile (6.2) permit calculul condițiilor de rupere pentru plăcile solicitate la tracțiune și pentru rezervoarele sub presiune, avînd defecte de dimensiuni cunoscute.

Modelul general al fisurii străpunse și utilizarea lui în situațiile reale. Folosind analiza adimensională [48], se poate arăta că condițiile critice pot fi determinate cu ajutorul unei relații de forma

$$\sigma^{3n}_{nom}\, a^{2n} = c, \tag{6.3}$$

unde c este o constantă a materialului iar n depinde de geometria piesei și de modul de rupere. Experimental se constată că pentru plăci și recipiente, exponentul n are valoarea unu. În acest caz relația (6.3) devine:

$$\sigma^3_{nom}\, a^2 = c, \tag{6.4}$$

fiind o generalizare a criteriilor de rupere (6.2).

Aplicînd aceste criterii la diferite materiale și utilizînd rezultatele cercetărilor efectuate de Seaman [90], Quirk [83] a ajuns la concluzia că, pentru primele două moduri de rupere considerate mai înainte, este valabilă relația:

$$\sigma_{nom}\, (\nu a + 1) = \sigma_r, \tag{6.5}$$

în care σ_r este rezistența de rupere iar ν — o constantă. Relațiile (6.4) și (6.5) ca și relația obținută de Seaman [90] sînt foarte apropiate de relația lui Griffith: $\sigma^2_{nom}\, a = \text{const}$. Pentru comparație, aceste relații au fost reprezentate grafic în fig. 6.7, [45], folosind coordonatele logaritmice și presupunînd $\nu = 0{,}0945$. Se observă că pentru rapoarte $0{,}36 < \frac{\sigma_{nom}}{\sigma_r} < 0{,}85$, valoarea lungimii fisurii calculată cu relația lui Seaman este mai mare decît cea dată de relația lui Griffith, iar pentru rapoarte $0{,}17 < \frac{\sigma_{nom}}{\sigma_r} < 0{,}7$, mai mare decît valoarea obținută din ecuația (6.4). Rezultă că relația lui Griffith nu este nici singura și nici cea mai potrivită expresie a condițiilor critice de la vîrful fisurii, pentru materialele de înaltă rezistență sau pentru oțelurile de medie rezistență solicitate sub limita de curgere.

Dacă peste eforturile unitare care apar la vîrful fisurii se suprapun și alte eforturi unitare, acestea pot fi adăugate la membrul stîng al ecuației (6.5). O asemenea situație apare la recipiente, cînd eforturile unitare produse de încovoierea marginilor libere ale fisurii sub efectul presiunii devin apreciabile. În acest caz ecuația (6.5) devine [84]:

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_{nom}} = \frac{k}{D^2}\, a^2 + \nu a + 1, \tag{6.6}$$

unde: D este diametrul învelișului cilindric al recipientului sau conductei considerate iar $\nu = \frac{\alpha}{\sqrt{K_v}}$. Se precizează că parametrii k și α depind numai de natura materialului și pot fi exprimați în funcție de limita de curgere a acestuia. Numeroasele experimentări efectuate pentru diferite mărci de oțeluri au arătat că, în general, corelația dintre α și σ_c este de forma celei reprezentate în diagrama din

fig. 6.8 [45]. De asemenea, k poate fi calculat cu relația: $k=0{,}535\cdot10^{-6}\ \sigma_c^3$, unde σ_c este exprimat în $\frac{N}{mm^2}$.

În ipoteza că termenul în a^2 este neglijabil, așa cum se întîmplă

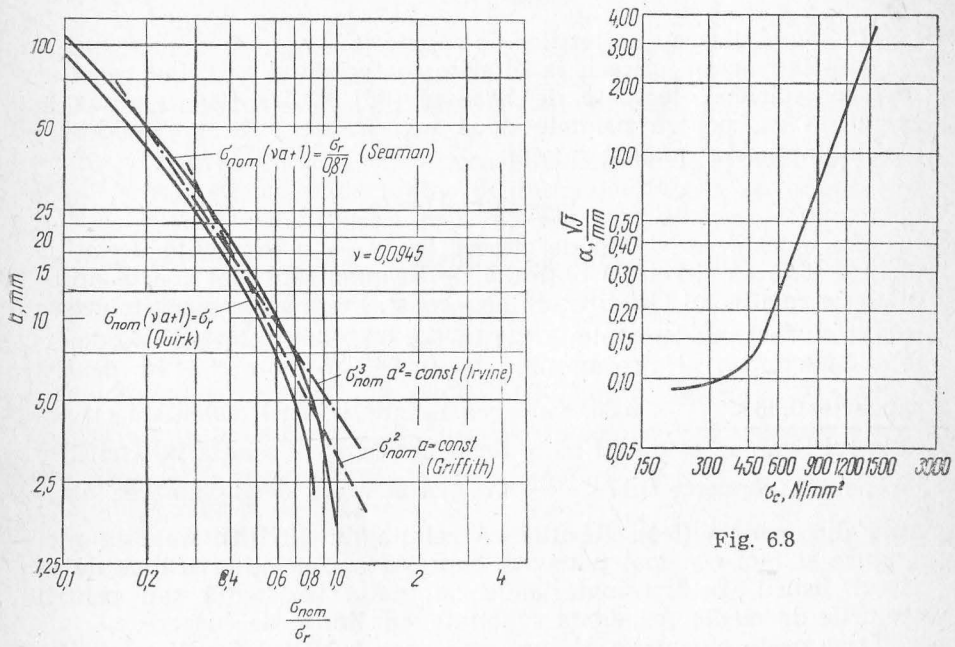


Fig. 6.7

Fig. 6.8

la multe aplicații practice, relația (6.6) se reduce la ecuația (6.5). Aceasta din urmă poate fi reprezentată grafic obținîndu-se diagrame de forma celei din fig. 6.9, [45] — care a fost trasată pentru un oțel avînd $\sigma_r=430\frac{N}{mm^2}$ și $\sigma_c=230\frac{N}{mm^2}$. Astfel de diagrame pot servi la determinarea lungimii critice a fisurii pentru un efort unitar nominal dat, în funcție de valoarea energiei absorbită la încercarea Charpy. Pentru ca aceste diagrame să fie utilizabile în scopul proiectării, este suficient să se cunoască variația cu temperatura a energiei absorbite la încercarea de încovoiere prin șoc.

Modelul fisurii străpunse nu este aplicabil în cazul fisurilor nestrăpunse. De aceea, pentru rezolvarea problemelor în care apar asemenea tipuri de defecte a fost creat modelul fisurii parțial pă-

trunse. La acest model, ruperea grosimii nefisurate are loc atunci cînd efortul unitar mediu este aproximativ egal cu rezistența de rupere. Dacă fisura străpunsă care rezultă astfel are lungimea mai mare decît lungimea critică calculată cu modelul fisurii străpunse, aceasta continuă să se propage. În caz contrar se oprește.

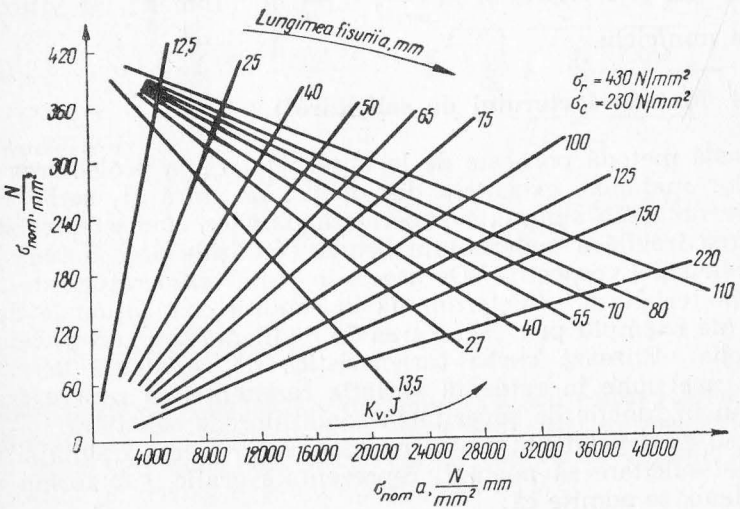


Fig. 6.9

Calculul vitezei de creștere a fisurii. Creșterea fisurii se poate produce după diferite mecanisme, cum ar fi: oboseala, oboseală în mediu corosiv, fluajul etc.

Una din cele mai uzuale relații folosite pentru calculul vitezei de creștere a fisurii este [34],

$$\frac{da}{dN}=\frac{a\sigma^3}{N_s} \tag{6.7}$$

în care N este numărul de cicluri iar N_s — o constantă ce depinde de natura materialului, care descrie destul de bine comportarea fisurilor mici.

Pentru fisurile străpunse, cu lungimi mai mari de 200 mm, a fost obținută următoarea formulă empirică [46]:

$$N=D[e^{-\beta a_0}-e^{-\beta a}], \tag{6.8}$$

în care N este numărul de cicluri necesar creșterii lungimii fisurii de la valoarea a_0 la valoarea a, iar β și D sînt constante.

Pentru recipientele sub presiune avînd fisuri de lungimi mari, viteza de creștere a fisurii poate fi calculată cu relația [47]

$$\frac{d(2a)}{dN} = 3\,10^{-12}\ \sigma_{nom}^{2}\, e^{(29\sigma_{nom}+51a)10^{-3}}, \qquad (6.9)$$

în care σ_{nom} este exprimat în $\frac{N}{mm^2}$, a — în milimetri iar viteza rezultă în mm/ciclu.

6.1.4. **Metoda factorului de solicitare*)**

Această metodă pornește de la observația că la proiectarea construcțiilor metalice, executate din oțeluri de mică și medie rezistență, se obține o siguranță superioară dacă se cunoaște rezistența la ruperea fragilă a materialului pentru condițiile de solicitare proprii construcției respective. De aceea, în locul temperaturii de tranziție a materialului — determinată în condiții convenționale de încercare (de exemplu prin încercarea de reziliență sau „drop-weight") — metoda utilizează curba caracteristică de rezistență la rupere fragilă, care pune în evidență variația rezistenței la rupere fragilă a oțelului în funcție de severitatea condițiilor de solicitare.

Pentru ca dependența dintre rezistența la ruperea fragilă și condițiile de solicitare să poată fi reprezentată grafic, sub forma unei curbe plane, se admite că:

— dintre toate stările de eforturi unitare întîlnite în exploatare, cea mai severă și deci acoperitoare pentru restul cazurilor, este starea de eforturi de la vîrful unei fisuri;

— în limitele intervalului de tranziție, influența temperaturii și a vitezei de deformare asupra rezistenței la rupere fragilă pot fi exprimate prin legi de tip Arrhenius.

În această situație se poate arăta [102] că severitatea condițiilor de solicitare la vîrful unei fisuri este dată de factorul de solicitare

$$P = \frac{1\,000}{T} + \frac{1}{\mathcal{B}}\ln\dot{\delta}\ [K^{-1}] \qquad (6.10)$$

unde: T [K] este temperatura materialului, $\dot{\delta}\left[\frac{mm}{s}\right]$ — viteza de deformare exprimată prin viteza de variație a deplasării de deschidere a fisurii; $\mathcal{B}$ [K] — factorul de sensibilitate a oțelului la variația vitezei de deformare.

*) Această metodă a fost elaborată de dr. ing. Mihai Teodorescu.

Deplasarea de deschidere a fisurii δ, considerată drept măsură a rezistenței la rupere fragilă a unui oțel, înregistrează o variație continuă cu factorul de solicitare P între o valoare limită superioară, caracteristică pentru comportarea materialului în stare ductilă și o

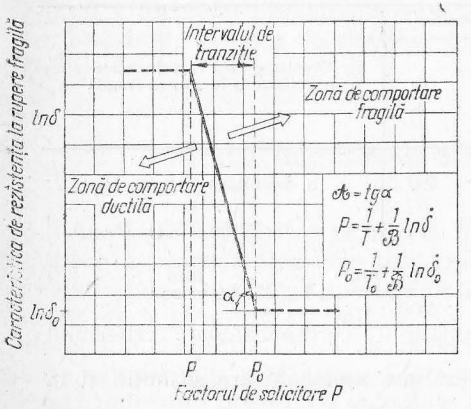


Fig. 6.10

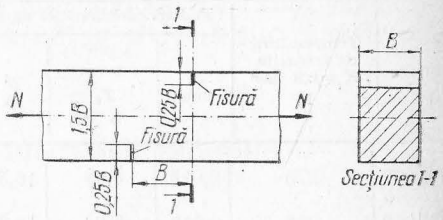


Fig. 6.11

valoare limită inferioară, caracteristică pentru comportarea în stare fragilă (fig. 6.10). Legea de variație a deplasării de deschidere a fisurii între cele două valori, care arată comportarea materialului în intervalul de tranziție, este dată de relația [102]

$$\ln\delta = \ln\delta_0 + \mathcal{A}\left(\frac{1\,000}{T_0} + \frac{1}{\mathcal{B}}\ln\dot{\delta}_0\right) - \mathcal{A}\left(\frac{1\,000}{T} + \frac{1}{\mathcal{B}}\ln\dot{\delta}\right), \qquad (6.11)$$

unde $\mathcal{A}$ [K] este factorul de sensibilitate a oțelului la variația temperaturii. T_0 și $\dot{\delta}_0$ indică condiția de încercare de referință, în care caracteristica de material atinge valoarea limită inferioară δ_0. După cum se observă în fig. 6.10, într-un sistem de coordonate avînd ca variabile, pe ordonată, logaritmul deplasării de deschidere a fisurii și pe abscisă, factorul de solicitare, relația (6.11) se reprezintă grafic sub forma unei drepte.

Mărimile caracteristice ale materialului $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, δ_0 și T_0 se determină pe cale experimentală pentru fiecare marcă de oțel și grosime de produs. Avînd în vedere necesitatea asigurării unei similitudini cu condițiile de deformare existente în epruvete de dimensiuni mari, se recomandă ca încercările să se execute pe epruvete de tracțiune avînd două crestături în secțiunea calibrată, dispuse ca în fig. 6.11. Ruperea unei astfel de epruvete se produce în dreptul uneia din cele două crestături, cealaltă rămînînd ca martor în vederea determinării valorii δ.

Pentru exemplificare, în tabelul 6.1 se dau valorile factorilor de material și ecuațiile curbelor caracteristice de rezistență la rupere fragilă determinate pe table groase de 12 mm, confecționate din două oțeluri de uz general pentru construcții.

Tabelul 6.1

Marca	Temperatura de tranziție K_v=2,8 daJ K	Factori caracteristici de material*)				Ecuația curbei caracteristice de rezistență la rupere fragilă
		δ_0 mm	1 000**) / T_0 K^{-1}	$\mathcal{A}$ K	$\mathcal{B}$ K	
OL 37	275	0,018	4,98	16,50	90	$\ln \delta = 68{,}33 - 16{,}50\ P$
OL 52	248	0,013	5,24	6,21	9,4	$\ln \delta = 24{,}66 - 6{,}21\ P$

*) Determinări efectuate în intervalul $\frac{1}{200}\frac{mm}{s} \leqslant \dot{\delta} \leqslant 25\,000\frac{mm}{s}$.

**) Determinarea temperaturii de tranziție T_0 corespunzătoare criteriului $\delta = \delta_0$ s-a făcut pentru $\dot{\delta}_0 = \frac{1}{200}\frac{mm}{s}$. Rezultate asemănătoare se obțin și în încercările efectuate la alte viteze de deformare.

Valorile mari ale factorului unghiular $\mathcal{A}$, caracteristice pentru oțelurile din clasa de rezistență analizată, sugerează posibilitatea schematizării curbei caracteristice de rezistență la rupere fragilă sub forma unei linii frînte cu ramura ascendentă verticală (fig. 6.12). Această aproximație introduce erori neglijabile în domeniul valorilor mici ale deplasării de deschidere a fisurii, în care ecuația curbei caracteristice se poate scrie:

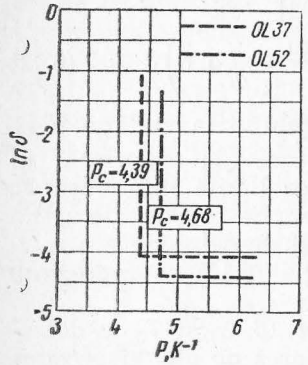


Fig. 6.12

$$P_c = \frac{1\,000}{T_0} + \frac{1}{\mathcal{B}} \ln \dot{\delta}_0. \qquad (6.12)$$

Exprimarea sub această formă a caracteristicii de rezistență la rupere fragilă a unui oțel permite compararea directă a performanțelor acestuia cu severitatea condițiilor de solicitare în care urmează a fi utilizat. Este posibil astfel să se verifice coeficientul de siguranță față de ruperea fragilă al unui element de construcție cu ajutorul relației

$$c = \frac{P_a}{P} \qquad (6.13)$$

în care P_c [K^{-1}] este factorul de solicitare de care este capabil materialul elementului de construcție, iar P [K^{-1}] — factorul de solicitare efectiv din elementul de construcție.

Viteza de deformare la vîrful unei fisuri de lungime dată, situată într-un element de construcție, poate fi calculată pornind de la valoarea vitezei de aplicare a sarcinei, utilizînd relația (3.36) stabilită de Dugdale, în care se consideră că atît σ cît și δ sînt funcții de timp.

6.2. Aplicații inginerești ale mecanicii ruperilor

Așa cum s-a arătat la cap. 2, în prezența fisurilor, rezistența de rupere a materialelor este mai mică decît cea teoretică. Ca urmare, rezistența de rupere a unei piese este cu atît mai mică decît rezistența de rupere a materialului din care aceasta este executată, cu cît defectele conținute în ea au dimensiuni mai mari. Așadar, în realitate elementele mașinilor și construcțiilor se pot rupe sub sarcini mult mai mici decît cele calculate cu ajutorul relațiilor din rezistența materialelor, ruperea avînd, de obicei, un caracter brutal.

Pentru prevenirea ruperilor brutale pe baza principiilor mecanicii ruperilor inginerul are la dispoziție: proiectarea adecvată a construcțiilor și controlul evoluției defectelor pe parcursul exploatării acestora. Precizia cu care pot fi estimate sarcinile de rupere depinde de exactitatea cu care modelul matematic utilizat descrie distribuția reală de eforturi unitare din jurul defectelor și de acuratețea cu care au fost determinați parametrii caracteristici ai materialului. În ciuda acestor dezavantaje, mecanica ruperilor este din ce în ce mai folosită atît în proiectare, la stabilirea rezistențelor admisibile și a coeficienților de siguranță cît și în exploatare, la determinarea regimurilor limită admisibile de lucru și la elaborarea normelor de inspectare și de verificare periodică a securității structurilor.

Numeroasele studii publicate pînă în prezent pun în evidență o bună concordanță între teorie și experimentări. Trebuie totuși menționat că aproape toate aceste studii sînt consacrate cercetării unor defecte artificiale, de forme geometrice regulate și relativ simple. Deoarece defectele naturale din piese sînt, în general, de forme neregulate, utilizarea în scopul proiectării a relațiilor bazate pe modelele matematice verificate experimental numai pentru defecte de forme geometrice simple poate fi afectată de un oarecare grad de incertitudine care totdeauna trebuie avut în vedere.

6.2.1. Parametrii de proiectare și control utilizați la prevenirea ruperilor brutale

Ecuațiile mecanicii ruperilor stabilesc o interdependență între trei parametri: rezistența de rupere fragilă σ_f a piesei considerate, valoarea critică a dimensiunii caracteristice a defectului (de obicei lungimea acestuia) și tenacitatea ruperii pentru materialul din care este executată piesa, reprezentată prin una din mărimile K_{Ic} sau COD. Dacă doi din acești parametri au valori fixe, cel de-al treilea este unic determinat și deci ecuațiile mecanicii ruperilor pot fi scrise sub trei forme care servesc la calculul fiecăruia dintre cei trei parametri, cînd ceilalți doi au valori cunoscute.

Astfel, calculul tenacității ruperii se folosește pentru determinarea factorului critic de intensitate al eforturilor unitare K_{Ic}, care se face pe baza măsurării experimentale a rezistenței de rupere și a mărimii defectului. De asemenea, calculul tenacității poate fi utilizat în proiectare, la selecționarea materialelor pentru realizarea unei anumite structuri, la care rezistența de rupere este determinată de condițiile de încărcare iar dimensiunile maxime ale defectelor pot fi prezumate în funcție de tehnologia întrebuințată.

Calculul rezistenței de rupere servește ca bază pentru verificările experimentale care, prin compararea rezistenței teoretice de rupere cu cea reală, stabilesc măsura în care metoda de calcul folosită poate fi folosită la prognoza ruperii. În proiectare, calculul rezistenței reale de rupere constituie un criteriu de alegere economică a rezistențelor admisibile sau a coeficienților de siguranță.

În sfîrșit, calculul dimensiunii critice a defectului furnizează un criteriu cantitativ de apreciere a rezultatelor examenului defectoscopic, obținîndu-se astfel o fundamentare teoretică a controlului de calitate. Comparîndu-se dimensiunile reale ale defectelor, existente în elementele unei construcții, cu cele critice, se poate aprecia dacă aceasta poate fi menținută în serviciu sau nu. Dacă examinarea se execută înainte de intrarea în exploatare a construcției, pe baza cunoașterii precise a dimensiunilor reale ale defectelor, a vitezei de creștere a acestora și a valorilor critice a dimensiunilor defectelor, se poate aprecia frecvența și severitatea inspecțiilor defectoscopice ce trebuie efectuate în decursul utilizării construcției. Prin același procedeu se poate stabili cît timp construcția poate rămîne în serviciu fără ca defectele, ale căror dimensiuni cresc ca urmare a fenomenului de oboseală, să atingă dimensiunile critice. De asemenea, dacă construcția trebuie menținută în serviciu un timp determinat pot fi calculate eforturile unitare maxime admise, deci pot fi impuse restricții în exploatarea acesteia.

Uneori estimarea dimensiunilor defectelor este afectată de incertitudini, iar măsurarea lor necesită învingerea unor dificultăți greu de depășit. În asemenea cazuri, dimensiunea maximă a defectului din piesa dată se determină măsurînd rezistența de rupere a piesei precum și valoarea tenacității ruperii pentru materialul din care aceasta este confecționată, dacă eventual aceasta din urmă nu este cunoscută. Dimensiunile critice ale defectului, în momentul ruperii, pot fi obținute și prin calcul dacă se cunoaște relația dintre tenacitatea ruperii, eforturile unitare aplicate și geometria sistemului precum și valoarea tenacității ruperii pentru materialul piesei.

Eficacitatea utilizării ecuațiilor mecanicii ruperilor în proiectarea și exploatarea construcțiilor crește direct proporțional cu precizia măsurării defectelor din piese. Dintre numeroasele metode de control nedestructiv cunoscute, tehnica ultrasunetelor furnizează cele mai exacte rezultate pentru majoritatea tipurilor de defecte întîlnite în construcțiile care țin de domeniul de activitate al inginerului mecanic [8].

6.2.2. Evoluția defectelor spre dimensiunile critice

Este cunoscut faptul că datorită fenomenului de oboseală, fisurile își măresc dimensiunile în decursul utilizării construcțiilor. De aceea, o simplă inspecție a elementelor acestora furnizează date limitate privind starea defectelor. Dacă inspecția este efectuată după un timp oarecare de la intrarea în serviciu a construcției, atunci rezultatele acesteia sînt și mai incerte. Este deci necesar să se inspecteze periodic construcțiile pe toată durata serviciului acestora și mai ales înainte de intrarea în serviciu precum și după fiecare revizie sau reparație mai importantă. Aceste inspecții furnizează datele necesare cu privire la timpul de formare a noilor fisuri și la viteza de creștere a acestora precum și a fisurilor existente la data intrării în serviciu a construcției. În felul acesta, prin compararea dimensiunilor reale ale fisurilor cu cele critice se poate aprecia gradul de securitate al construcției.

În cazul în care nu se poate efectua decît o singură inspecție, iar aceasta este executată după intrarea în serviciu, presupunînd că timpul de formare a fisurilor este egal cu durata serviciului, pe baza calculelor de oboseală se poate estima acoperitor viteza de creștere a acestora.

Cunoașterea cu precizie a dimensiunilor defectelor existente la un moment dat într-o piesă, precum și a vitezei de creștere a acestora permite definirea stării defectului. Aceasta este o necesitate

vitală pentru aplicarea economică a principiilor mecanicii ruperilor, deoarece cunoașterea legilor de evoluție a defectelor spre dimensiunile lor critice permite utilizarea la maximum a construcțiilor, inginerul avînd posibilitatea să le scoată din serviciu exact în momentul în care pericolul ruperii brutale devine iminent.

De aceea, după terminarea execuției, construcțiile trebuie supuse unui riguros examen defectoscopic. Cunoașterea poziției și dimensiunilor defectelor existente înainte de intrarea în serviciu simplifică mult inspecțiile periodice și contribuie la creșterea siguranței în exploatare a construcțiilor deoarece, în aceste condiții, relațiile mecanicii ruperilor dau rezultate mai exacte. De asemenea utilizarea acestor relații în scopul proiectării este cu atît mai sigură cu cît se cunosc un număr mai mare de rezultate ale inspecțiilor periodice efectuate pe construcții similare.

6.2.3. Exemple de aplicații practice ale mecanicii ruperilor

Pentru a ilustra modul în care inginerul poate utiliza mecanica ruperilor în rezolvarea problemelor de proiectare și de exploatare în cele ce urmează se prezintă cîteva exemple extrase din literatura de specialitate [41], [43], [60].

Exemplul 1

Să se determine presiunea de rupere a unui recipient a cărui manta cilindrică de rază R și grosime h conține o fisură de lungime $2a=3{,}8$ mm, orientată după direcția generatoarei. Recipientul este executat din tablă de oțel avînd rezistența de rupere $\sigma_r=2\,100\,\frac{N}{mm^2}$ și valoarea critică a factorului de intensitate a eforturilor unitare $K_c=1\,200\,\frac{N}{mm^{3/2}}$.

Soluția. Din ecuația vaselor de rotație cu pereți subțiri rezultă că efortul unitar normal circumferențial din învelișul cilindric are expresia $\sigma_t=p\frac{R}{h}$, unde p este presiunea din recipient. Pe de altă parte, mecanica ruperilor demonstrează că pentru starea de eforturi unitare creeată în jurul fisurii considerate, factorul de intensitate a eforturilor unitare are expresia $K=\sigma\sqrt{\pi a}$. Deci:

$$p=\frac{\sigma_t h}{R}=\frac{h}{R}\cdot\frac{K}{\sqrt{\pi a}}. \tag{6.14}$$

Pentru situația ruperii, această relație devine:

$$p_r=\frac{h}{R}\cdot\frac{K_c}{\sqrt{\pi a}}=\frac{h}{R}\cdot\frac{1\,200}{\sqrt{1{,}9\pi}}=495\,\frac{h}{R}\,\frac{N}{mm^2}. \tag{6.15}$$

La valori numerice date ale lui h și R rezultă p_r, care poate fi comparată cu presiunea de serviciu $p_{efectiv}$.

Utilizînd metodele clasice ale rezistenței materialelor, rezultă pentru presiunea de rupere a recipientului valoarea

$$p_r'=\sigma_r\frac{h}{R}=2\,100\,\frac{h}{R}\,\frac{N}{mm^2}. \tag{6.16}$$

Comparînd relațiile (6.15) și (6.16), rezultă că, în prezența defectului considerat, presiunea de rupere a recipientului este de peste patru ori mai mică decît valoarea teoretică determinată prin metodele clasice de calcul.

Exemplul 2

Tirantul unei prese de extrudare are diametrul de 250 mm și este executat din oțel forjat cu rezistența de rupere de $500\frac{N}{mm^2}$. Un examen periodic cu ultrasunete a pus în evidență existența unei fisuri transversale cu diametrul de 50 mm. Se cere să se verifice dacă tirantul poate fi menținut în serviciu, cunoscînd că este solicitat de un efort unitar normal avînd valoarea de $70\frac{N}{mm^2}$.

Soluția. Pentru materialul din care este executat tirantul, factorul critic de intensitate a eforturilor unitare are valoarea $K_c=2\,100\frac{N}{mm^{3/2}}$. Deoarece pentru fisura circulară de diametru $2a$, supusă la o stare plană de eforturi unitare, factorul K are expresia (2.96), efortul unitar de rupere al tirantului devine:

$$\sigma_f=\frac{K_c}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}=\frac{2\,100}{2}\sqrt{\frac{\pi}{25}}=372\,\frac{N}{mm^2}. \tag{6.17}$$

Deși această valoare este mai mică cu 25% decît rezistența la rupere a materialului din care este executat tirantul, este totuși de peste cinci ori mai mare decît efortul unitar efectiv. Deci, tirantul nu este în pericol de a se rupe dar este necesar ca fisura să fie ținută sub o observație permanentă.

Exemplul 3

Pentru executarea unei piese urmează să se utilizeze oțel de înaltă rezistență. Să se determine caracteristicile materialului cunoscînd că efortul unitar maxim din piesă are valoarea σ_{max}.

Soluția. Dacă se utilizează mecanica ruperilor, alegerea materialului se face pe baza unui compromis între limita elastică σ_e și proprietățile de tenacitate K_{Ic}. Este cunoscut că pentru materialele liniar-elastice rezistența la ruperea fragilă este o funcție de dimensiunea defectului (fig. 6.13) și că creșterea limitei elastice nu se poate obține decît prin micșorarea tenacității

Dacă la o piesă dată, cu toată grija acordată execuției și controlului, apar defecte a căror dimensiune maximă a_{max} este cunoscută, această mărime poate fi utilizată la alegerea adecvată a materialului. Materialul care corespunde cel mai bine cerințelor piesei considerate este cel a cărui diagramă are lungimea palierului (abcisa punctului A) egală cu $2a_{max}$. În acest caz atît atingerea curgerii generale cît și propagarea brutală a fisurii sînt la fel de probabile. Pentru defecte de lungimi mai mici decît a_{max} piesa nu se poate rupe fragil, iar pentru defecte mai mari nu poate fi solicitată plastic. Se observă, de asemenea, că folosind materiale cu limite elastice mai mari decît cea a materialului optim, pentru defectele maxime considerate aceste materiale se pot rupe fragil. Dacă se folosesc materiale cu limite elastice mai coborîte, această posibilitate este înlăturată dar coeficientul de siguranță al piesei $c=\frac{\sigma_e}{\sigma_{max}}$ scade simțitor. Pentru materialul optim, în regiunea diagramei unde $0<a<a_{max}$, rezistența admisibilă este determinată de limita elastică a materialului în timp ce pentru $a>a_{max}$, aceasta se va stabili pe baza tenacității ruperii materialului K_{Ic}.

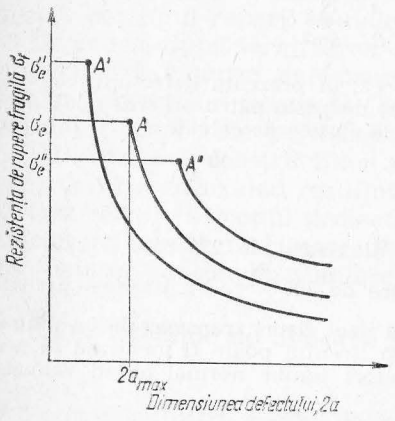


Fig. 6.13

6.3. Estimarea rezistenței reale de rupere a pieselor și limitarea eforturilor unitare

Ecuațiile mecanicii ruperilor exprimă dependența parametrilor K și δ de eforturile unitare aplicate și de dimensiunile defectelor [43]. Cînd acești parametri ating valorile critice ale materialului considerat, ecuațiile respective determină corelația dintre valorile eforturilor unitare și dimensiunile defectelor pentru care se produce ruperea fragilă. Cum ecuațiile mecanicii ruperilor țin seama de natura materialului și de temperatură prin intermediul parametrilor K_{Ic} sau δ_c și depind de forma defectului și a piesei prin însăși structura lor, rezultă că dînd parametrilor fundamentali valorile critice, aceste ecuații se transformă în relații care permit calculul rezistenței de rupere a unei piese reale în funcție de dimensiunile defectelor. Deci, calculul rezistenței reale de rupere a unei piese necesită cunoașterea următoarelor elemente: expresia ecuației mecanicii ruperilor pentru piesa și defectul considerat, valorile critice ale parametrilor K sau

δ pentru materialul piesei, la temperatura de utilizare a acesteia și dimensiunile maxime ale defectelor care pot exista în piesa respectivă.

Deoarece exprimarea parametrilor K și δ, în funcție de eforturile unitare aplicate și de dimensiunile defectelor, se face cu ajutorul relațiilor prezentate în capitolele 2 și 3, iar valorile critice ale acestora, la temperatura de lucru a piesei, pot fi determinate cu ajutorul metodelor expuse în capitolele 4 și 5, rezultă că singura problemă pe care trebuie s-o rezolve inginerul, pentru a putea estima valoarea eforturilor unitare aplicate, la care o piesă dată se rupe, este determinarea formei și a dimensiunilor maxime ale defectelor ce pot apărea în piesa considerată.

Dacă pentru piesele deja fabricate această problemă se poate rezolva simplu apelînd la examenul defectoscopic, pentru o piesă în stadiu de proiect o estimare corectă a rezistenței de rupere nu se poate face decît dacă există informații precise cu privire la dimensiunile maxime ale defectelor ce pot apărea în piesă, obținute pe baza a numeroase măsurări efectuate pe piese similare.

6.3.1. Selecționarea materialelor rezistente la rupere

Dimensiunea maximă a defectului admis într-o piesă, a cărei formă geometrică, stare de solicitare și temperatură de serviciu sînt cunoscute, constituie criteriul esențial de alegere a materialului din care urmează a fi executată această piesă. Folosind ecuațiile mecanicii ruperilor, cunoscînd dimensiunea maximă a defectului și valorile critice ale parametrilor K sau δ pentru diverse materiale, rezultă rezistențele de rupere ale piesei în cazul în care aceasta ar fi executată din materialele respective. Comparînd valorile acestor rezistențe de rupere cu rezistența teoretică de rupere a piesei, obținută prin înmulțirea efortului unitar maxim ce apare în timpul funcționării acesteia cu coeficientul de siguranță recomandat, se poate face alegerea judicioasă a materialului. Materialul cel mai indicat este acela pentru care rezistența de rupere a piesei se apropie cel mai mult de valoarea teoretică. Executînd piesa din acest material, se obține o siguranță în funcționare suficientă și o economie maximă. Celelalte materiale nu sînt recomandabile, deoarece fie nu oferă o siguranță suficientă — cînd rezistența de rupere a piesei este mai mică decît cea teoretică, fie conduc la variante constructive prea scumpe — cînd rezistența de rupere a piesei este mult mai mare decît cea teoretică.

De cele mai multe ori însă nu se cunoaște dimensiunea maximă a defectului ce poate apărea în piesa care urmează a fi proiectată. În aceste situații, dacă nu se poate face nici măcar o estimare aproximativă a dimensiunii respective, alegerea materialului pe baza principiilor mecanicii ruperilor este imposibilă. Totuși, pentru unele construcții, cum ar fi de exemplu recipientele sub presiune, au fost imaginate criterii empirice de estimare a dimensiunilor maxime ale defectelor. Unul dintre acestea este criteriul scurgerii mediului presurizat înainte de ruperea recipientului [49].

Din numeroasele încercări de rupere efectuate pe recipiente cu pereți subțiri, a rezultat că o fisură străpunsă, normală pe efortul unitar maxim, avînd lungimea totală $2a$ egală cu dublul grosimii peretelui B se deformează suficient sub efectul presiunii pentru a permite scurgerea mediului din vas. Deoarece această dimensiune a defectului este, de obicei, mai mică decît dimensiunea critică la care se produce ruperea brutală a recipientului, rezultă că în momentul în care începe scurgerea, materialul posedă încă o rezervă suficientă de tenacitate. Cu toate acestea, recipientul nu poate fi menținut în serviciu după apariția depresurizării, deci starea de solicitare corespunzătoare acesteia poate fi considerată drept stare limită. Dacă se pune condiția ca, pentru starea limită, parametrii K și δ să atingă valorile critice ale materialului se va realiza utilizarea totală a tenacității acestuia.

Neglijînd zonele plastice de la vîrful fisurii și asimilînd peretele recipientului cu o placă infinită avînd o fisură centrală străpunsă, expresia factorului de intensitate a eforturilor unitare este dată de relația (2.67). Dacă efortul unitar la care se atinge starea limită se exprimă cu relația $\sigma_f = c\,\sigma_{max}$, în care c este coeficientul de siguranță iar σ_{max} — efortul unitar maxim din peretele recipientului și în baza criteriului scurgerii mediului presurizat se admite $a = B$, rezultă că tenacitatea minimă a materialului din care se execută recipientul, se calculează cu relația

$$(K_{Ic})_{min} = \sigma_f \sqrt{\pi B}. \tag{6.18}$$

Relația (6.18) poate servi nu numai la alegerea materialului ci și la determinarea regimurilor limită de exploatare. Cunoscînd modul de variație cu temperatura al tenacității K_{Ic} pentru materialul din care este executat recipientul, valoarea coeficientului de siguranță și expresia efortului unitar maxim în funcție de presiune, se poate trasa o diagramă presiune funcție de temperatură. Această diagramă dă la fiecare temperatură de funcționare valoarea limită a presiunii la care recipientul poate lucra în deplină siguranță.

Deoarece criteriul depresurizării presupune în general existența unor defecte de dimensiuni mari, utilizarea acestuia pentru calculul rezistenței de rupere la materialele la care tenacitatea ruperii are valori coborîte conduce la limitări prea severe. Astfel, rezultă eforturi unitare admisibile sub 40—60 N/mm^2, la care creșterea fisurilor și deci ruperea fragilă nu sînt posibile.

Uneori, pentru asigurarea deplină a securității recipientului se pune condiția ca efortul unitar la care se produce crăparea peretelui să fie mai mare decît limita de curgere a materialului. În acest caz, utilizarea criteriului depresurizării conduce la necesitatea utilizării unor materiale avînd tenacități extrem de ridicate. Deoarece nici chiar aliajele speciale nu satisfac aceste cerințe, pentru asigurarea unor rezistențe de rupere ridicate sînt necesare restricții extrem de severe privind modul de execuție al sudurii și al inspecției construcțiilor, care nu sînt justificate decît pentru recipientele folosite în tehnica aerospațială. De altfel tot conservatorismul acestei metode constă, în întregime, în alegerea dimensiunii defectului și a poziției acestuia. Un defect cu lungimea egală cu dublul grosimii pereților recipientului este mult prea mare în comparație cu cele mai mici defecte detectabile prin cele mai puțin precise metode de investigație. Deci, dacă materialul posedă o tenacitate suficientă pentru a suporta un defect așa de mare fără a se produce ruperea brutală rezultă că are un potențial considerabil care îi permite să reziste micilor creșteri ale fisurilor ce preced ruperea construcției.

În concluzie, criteriul depresurizării prezintă două dezavantaje: defectul inițial de la care încep micile creșteri ale fisurilor are dimensiuni prea mari iar efortul unitar admis se află sub valoarea la care începe apariția micilor creșteri ale defectelor. De aceea utilizarea acestui criteriu conduce la introducerea unor restricții excesive care sînt justificate numai pentru elementele de construcții avînd defecte de dimensiuni mari și care pentru piesele cu defecte de dimensiuni mici devin exagerate [9], [98].

6.3.2. Calculul eforturilor unitare limită de lucru

Pentru a ilustra modul în care mecanica ruperilor poate servi la determinarea regimului limită de funcționare al construcțiilor, se va considera ca exemplu un recipient a cărui manta cilindrică de rază R și grosime h este executată prin sudură dintr-un oțel la care se cunoaște modul de variație cu temperatura al tenacității ruperii K_{Ic} și al limitei de curgere σ_c. Se presupune că unul din examenele defectoscopice care se efectuează periodic a pus în evidență

prezența a două defecte mai importante. Primul defect, notat cu A, este inclus în cordonul de sudură, avînd forma unui disc de rază a, ascuțit pe contur și situat într-un plan perpendicular pe axa longitudinală a recipientului. Cel de-al doilea defect, notat cu B, este o fisură eliptică de suprafață avînd axa mare de lungime $2a$, paralelă cu generatoarea învelișului cilindric.

În cele ce urmează a fost neglijată variația proprietăților mecanice ale materialului în timpul serviciului; de asemenea, s-a presupus că creșterea dimensiunilor fisurilor se face lent.

Deoarece, în funcție de temperatura de utilizare, recipientul se poate rupe atît fragil cît și ductil, eforturile unitare limită de lucru pot fi definite cu una din relațiile:

$$\sigma_{\text{lim}} = \frac{\sigma_f}{c_f} \quad \text{sau} \quad \sigma'_{\text{lim}} = \frac{\sigma_c}{c_d}, \tag{6.19}$$

unde c_f și c_d sînt coeficienți de siguranță. Întrucît, cu tehnica actuală, ruperea fragilă este mai greu de controlat decît cea ductilă, în general $c_f > c_d$. Valorile cele mai uzuale ale acestor coeficienți de siguranță sînt $c_f = 2$ și $c_d = \frac{3}{2}$.

Pentru cele două defecte considerate, tenacitatea ruperii se poate scrie astfel:

$$K_{Ic} = 2\sigma_{fl}\sqrt{\frac{a}{\pi}} \quad \text{sau} \quad K_{Ic} = \frac{1{,}1\sqrt{\pi a}\,\sigma_{ft}}{\left[\Phi^2 - 0{,}212\left(\frac{\sigma_{ft}}{\sigma_c}\right)^2\right]^{1/2}}, \tag{6.20}$$

unde σ_{fl} și σ_{ft} reprezintă eforturile unitare normale dirijate respectiv după direcția axei longitudinale și tangentei la circumferință, pentru care are loc ruperea fragilă. Calculînd aceste eforturi cu ajutorul relațiilor (6.20) și presupunînd că în învelișul cilindric al recipientului există eforturile unitare remanente σ_{rem}, apărute ca urmare a sudării acestuia, eforturile unitare limită dirijate după cele două direcții principale se pot obține cu ajutorul relațiilor:

$$\sigma_{l\,\text{lim}} = \frac{1}{c_f}(\sigma_{fl} - \sigma_{rem}); \tag{6.21}$$

$$\sigma_{t\,\text{lim}} = \frac{1}{c_f}(\sigma_{ft} - \sigma_{rem}).$$

Cunoscînd aceste valori, din formulele vaselor de rotație cu pereți subțiri, poate fi determinată presiunea maximă admisibilă din

recipient. Aceasta trebuie să fie cel mult egală cu cea mai mică dintre valorile presiunii limită date de relațiile:

$$p'_{\text{lim}} = \frac{2h}{R}\sigma_{l\,\text{lim}};$$

$$p''_{\text{lim}} = \frac{h}{R}\sigma_{t\,\text{lim}}; \tag{6.22}$$

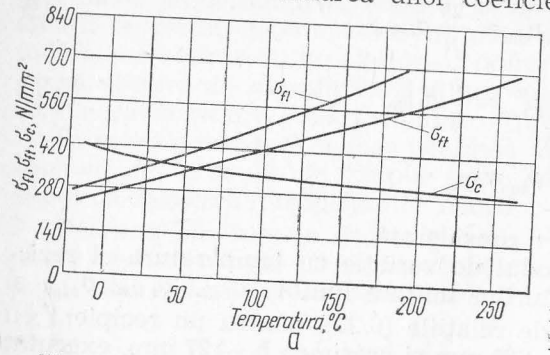
$$p'''_{\text{lim}} = \frac{h}{R}\cdot\frac{\sigma_c}{c_d},$$

pentru temperatura de lucru considerată.

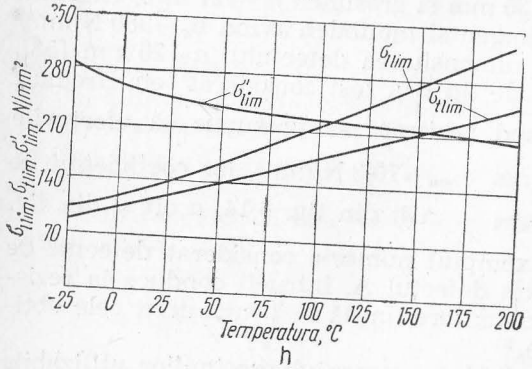
În fig. 6.14 se arată modul de variație cu temperatura al rezistențelor σ_{fl}, σ_{ft}, σ_c, al eforturilor unitare limită $\sigma_{l\,lim}$, $\sigma_{t\,lim}$, σ'_{lim} și al presiunilor limită date de relațiile (6.22), pentru un recipient cu raza mantalei cilindrice $R = 635$ mm și grosimea $h = 127$ mm, executat dintr-un oțel slab aliat cu mangan și molibden avînd $\sigma_c = 360$ N/mm^2 (ASTM A302B), considerînd dimensiunea defectului $a = 25$ mm [58]. Pentru simplificare, defectul de tip B a fost considerat semicircular: $\Phi = \frac{\pi}{2}$. De asemenea, în mod arbitrar s-a presupus că eforturile unitare remanente au valoarea $\sigma_{rem} = 70{,}3$ N/mm^2, iar coeficienții de siguranță valorile: $c_f = 2$ și $c_d = \frac{3}{2}$. Atît din fig. 6.14, *a* cît și din fig. 6.14, *b* rezultă că pentru exemplul numeric considerat defectul de tip B este mai periculos decît defectul A, întrucît conduce la rezistențe de rupere și la eforturi unitare limită mai mici decît cele obținute pentru acesta din urmă.

Așa cum se arată în fig. 6.14, *c*, domeniul presiunilor utilizabile este mărginit de porțiunile curbelor p''_{lim} și p'''_{lim} reprezentate cu linie continuă. Depășirea presiunilor limită date de această diagramă poate conduce la scoaterea din serviciu a recipientului. Se observă că pentru temperaturi mai mari decît temperatura corespunzătoare punctului de intersecție al curbelor p''_{lim} și p'''_{lim}, respectiv $T_{op} = 154$°C, ruperea recipientului are un caracter ductil, iar sub această temperatură — fragil. Temperatura T_{op} reprezintă temperatura optimă de lucru, deoarece corespunde celei mai mari valori a presiunii limită. Cînd procesul tehnologic ce se desfășoară în recipient nu se poate realiza la o temperatură fixă ci necesită un domeniu mai larg de temperaturi, este recomandabil ca acesta să fie situat în zona temperaturilor mai mari decît cea optimă, deoarece, la aceeași variație a temperaturii, curba p'''_{lim} conduce la variații mai mici ale presiunii decît curba p''_{lim}. În afară de aceasta, la temperaturi supe-

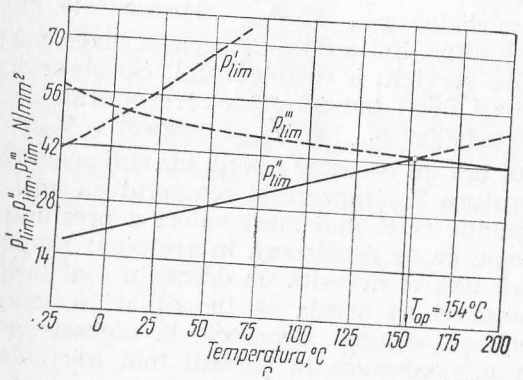
rioare valorii T_{op}, limitarea presiunii de lucru fiind făcută în raport cu limita de curgere a materialului, proiectarea este mai economică deoarece necesită utilizarea unor coeficienți de siguranță mai mici decît cei folosiți în calculele de dimensionare sau verificare efectuate în raport cu rezistența de rupere fragilă.



g



h



c

Fig. 6.14

După cum se poate constata, metoda de determinare a eforturilor unitare limită de lucru prezentată urmează linia generală a metodelor clasice, îmbinînd în mod armonios criteriul atingerii limitei de curgere a materialului cu cel al epuizării tenacității la rupere a acestuia.

6.3.3. Stabilirea criteriului de limitare a eforturilor unitare

Luarea unor măsuri adecvate pentru prevenirea ruperilor brutale este justificată numai dacă pot exista temperaturi de utilizare inferioare temperaturii T_{op}, iar severitatea acestora este determinată exclusiv de natura materialului și de temperatura de serviciu.

Deoarece, din diferite motive, valoarea temperaturii optime se poate modifica în timpul serviciului, este necesar să se cunoască limitele între care poate varia aceasta, pentru a se putea verifica

dacă există posibilitatea ca domeniul temperaturilor optime să se suprapună cu cel al temperaturilor de utilizare a construcției. Acest fenomen trebuie avut în vedere totdeauna cînd se utilizează materiale care își modifică tipul de rupere în timpul serviciului.

Problema stabilirii criteriilor ce trebuie utilizate pentru limitarea eforturilor unitare devine și mai acută la oțelurile inoxidabile austenitice, care deși în mod obișnuit se rup ductil la toate temperaturile, sub efectul radiațiilor neutronice își măresc rezistența în detrimentul ductilității, [68], [69]. Deoarece, în stare neiradiată, aceste materiale nu prezintă tranziție ductil-fragilă, parametrul K_{Ic} nu poate fi determinat iar criteriul modificării temperaturii de tranziție nu are sens. Ca urmare, proiectarea se poate face numai pe baza criteriului atingerii limitei de curgere, întrucît materialele respective nerupîndu-se fragil, principiile mecanicii ruperilor sînt inutilizabile. Aceasta revine la a considera că temperatura T_{op} este situată undeva în apropierea valorii 0 K.

Odată cu creșterea numărului de neutroni absorbiți în timpul serviciului, fragilizarea materialului devine din ce în ce mai intensă, fapt care are ca urmare creșterea temperaturii T_{op}. Fenomenul prezintă o importanță deosebită, deoarece este posibil ca valoarea maximă a temperaturii T_{op} să fie cuprinsă în domeniul temperaturilor de serviciu, caz în care limitarea eforturilor unitare se face pe baza principiilor mecanicii ruperilor, deși înainte de intrarea în serviciu, materialul avînd o comportare exclusiv ductilă, era incompatibil cu utilizarea acestor principii în scopul proiectării.

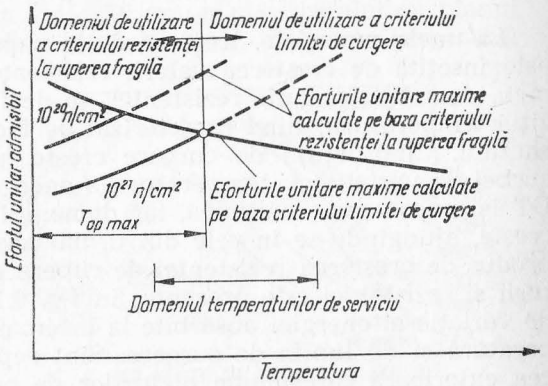


Fig. 6.15

În fig. 6.15 se ilustrează schematic efectul radiației neutronice produs asupra schimbării criteriului de proiectare, survenită ca urmare a alterării proprietăților mecanice ale materialului în timpul serviciului [58]. Pentru starea neiradiată a materialului, limitarea eforturilor unitare maxime s-a făcut cu ajutorul criteriului atingerii limitei de curgere, iar pentru starea iradiată — pe baza principiilor

mecanicii ruperilor, presupunînd două valori foarte ridicate ale dozei de neutroni absorbiți de material.

Deci, în funcție de condițiile de utilizare, chiar și la materialele cu o tenacitate deosebită, la care în general nu este nevoie să se ia măsuri de prevenire a ruperilor brutale, pot exista limitări introduse pe baza principiilor mecanicii ruperilor. Dacă însă în afară de o valoare ridicată a tenacității, materialul prezintă sub sarcină și deformații plastice apreciabile, proiectarea construcției se poate face fără a mai fi necesară luarea în considerare a criteriului ruperii brutale.

6.4. Alegerea criteriului optim de proiectare

O structură poate fi proiectată folosind fie criteriul tenacității ruperii la starea plană de deformație, fie cel al rezistenței la ruperea ductilă. Pentru a stabili care din aceste criterii este mai potrivit pentru structura considerată se recurge la integrarea parametrilor metalurgici cu cei mecanici care poate fi realizată cu ajutorul diagramei de analiză a raportului $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}$ și al curbelor R.

6.4.1. Diagrama generală a tranziției

La unele materiale, trecerea de la ruperea ductilă la cea fragilă este însoțită de creșterea valorii rezistenței de rupere. Acest fenomen, denumit tranziția rezistenței, se desfășoară în paralel cu tranziția temperaturii, fiind caracterizat de factorii metalurgici ai materialului. Cînd limita de curgere crește peste 1 400 N/mm², saltul curbei de variație cu temperatura a energiei absorbite la încercarea DT își micșorează înălțimea, iar domeniul temperaturii de tranziție crește, ajungîndu-se în cele din urmă la dispariția acestuia. Efectul produs de creșterea rezistenței de rupere asupra tranziției temperaturii și rezistenței este prezentat în fig. 6.16, în care se arată modul de variație al energiei absorbite la încercarea DT în funcție de temperatură și de limita de curgere. Sînt reprezentate două suprafețe: cea exterioară corespunde oțelurilor de calitate superioară, iar cea interioară — oțelurilor de uz general, care de obicei sînt caracterizate de valori mici ale energiei absorbite la încercarea DT și de un domeniu larg al tranziției de temperatură. La aceste materiale, cînd tenacitatea ruperii la starea plană de deformație are valori mici, tranziția rezistenței se produce pentru valori coborîte ale limitei de curgere. Este important de reținut că factorii metalurgici (compoziția

chimică, procedeul de elaborare, tratamentele termice) care determină tranziția temperaturii și rezistenței sînt diferiți și independenți în majoritatea cazurilor, ceea ce permite obținerea unor materiale optimizate în raport cu scopul urmărit: temperatura de tranziție, rezistența de rupere, costul, sudabilitatea etc.

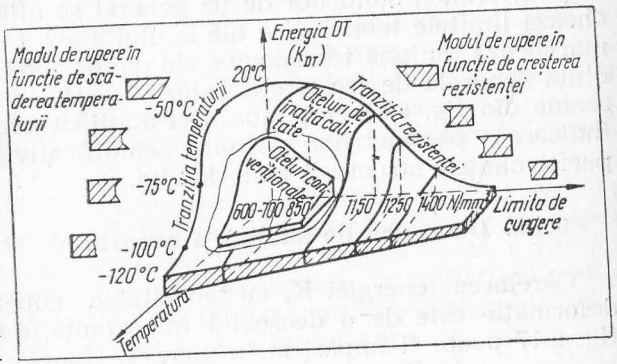


Fig. 6.16

Încercările efectuate pe materiale de calitate superioară au arătat că pentru condițiile determinate de regiunea superioară a suprafeței din fig. 6.16, ruperea se produce ductil, în timp ce pentru condițiile care corespund zonei inferioare a acesteia, ruperea se produce fragil, chiar și la grosimi mici. Pentru regiunea mediană a diagramei ruperea are un caracter mixt, porția suprafeței ruptă ductil fiind funcție de grosimea materialului.

Tranziția rezistenței poate fi pusă în evidență de curba obținută prin intersecția suprafeței din fig. 6.16 cu un plan paralel cu planul axelor energie DT și limită de curgere. Practic, diagrama respectivă poate fi trasată folosind rezultatele unei serii de încercări DT, efectuate la aceeași temperatură — luată ca parametru, pentru diferite valori ale limitei de curgere. O asemenea diagramă, la care energia absorbită la încercarea DT este corelată cu energia K_v — consumată în încercarea Charpy V, și cu parametrul K_{Ic}, este arătată în fig. 6.17. Se precizează că existența unei corelații între energia DT și energia K_v nu presupune obligativitatea ca palierele celor două mărimi să se producă la aceeași va-

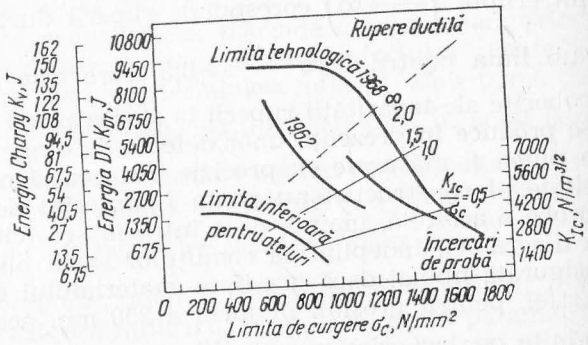


Fig. 6.17

loare a temperaturii. În general, la energia K_v tranziția are loc la temperaturi mai mici decît la energia DT. De obicei, încercarea Charpy nu permite localizarea corectă a domeniului temperaturii de tranziție iar interpretările sînt dificil de făcut.

Majoritatea oțelurilor de uz general se află sub curba care marchează limitele tehnologice ale anului 1962. Comparînd curbele care marchează limitele tehnologice ale anilor 1962 și 1968 rezultă o tendință generală de creștere a valorii limită a tenacității ruperii. Diagrama din fig. 6.17 răspunde necesității de creare a unui sistem de indicare a parametrilor mecanici semnificativi, care pot fi legați de performanțele structurii materialului.

6.4.2. Diagrama de analiză a raportului

Corelarea energiei K_v cu tenacitatea ruperii la starea plană de deformație este de o deosebită importanță, deoarece diagrama din fig. 6.17 poate fi împărțită în zone, în funcție de valorile specifice ale raportului $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}$, diagrama astfel rezultată, numindu-se diagrama de analiză a raportului.

Diagrama este împărțită în trei de dreptele notate cu $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}=0{,}5$, 1,0 și ∞. Cele mai mari valori ale tenacității ruperii ce pot fi măsurate corespund unor rapoarte $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\geqslant 2$. Regiunea de deasupra liniei întrerupte $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\to\infty\right)$ corespunde ruperii ductile. În regiunea situată sub linia pentru care $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}=0{,}5$, care este caracterizată de valori coborîte ale tenacității ruperii la starea plană de deformație, ruperea se produce în prezența unor defecte de dimensiuni prea mici pentru a putea fi măsurate cu precizie. În această regiune gradul de securitate al construcției nu poate fi apreciat decît prin încercarea de probă a acesteia, înainte de a intra în serviciu. În regiunea centrală a diagramei, îndeplinirea condițiilor stării plane de deformație este asigurată numai dacă grosimea materialului este suficient de mare. Astfel, pentru grosimi în jurul a 250 mm aceste condiții sînt îndeplinite pentru orice raport $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}$ cuprins între 0,5 și ∞, iar pentru grosimi variind între 15 și 65 mm, numai pentru rapoarte cuprinse între 0,5 și 1,0.

Diagrama de analiză a raportului poate fi de asemenea împărțită în zone care definesc efectul produs de procedeul de elaborare

al materialului și de tratamentele termice, asupra tranziției rezistenței [81]. Poate fi utilizată, în egală măsură, și la aprecierea factorilor care influențează sudabilitatea oțelurilor în funcție de procedeul tehnologic utilizat.

Integrarea parametrilor metalurgiei cu cei mecanici, realizată cu ajutorul diagramei de analiză a raportului, servește la delimitarea condițiilor care necesită utilizarea directă în proiectare a mecanicii ruperilor, de cele care exclud folosirea ei. Aceste delimitări sînt de o excepțională importanță pentru aplicațiile practice datorită următoarelor considerente:

a. Folosirea combinării factorilor metalurgici cu limita de curgere, drept condiție pentru utilizarea practică a mecanicii ruperilor, comportă unele restricții. Descreșterea neînsemnată a limitei de curgere sau creșterea, în condiții economice, a calităților metalurgice poate face ca materialul să aibă o tenacitate suficientă pentru a se putea garanta că ruperea se produce plastic.

b. La valori foarte coborîte ale tenacității ruperii $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}<0{,}5\right)$, folosirea practică a materialelor este sever limitată de imposibilitatea unei inspecții precise a defectelor. Singurul procedeu practic de inspectare, care poate arăta dacă în structură există sau nu un defect de dimensiuni critice, este încercarea de probă. Faptul că în timpul încercării de probă structura nu s-a rupt nu garantează însă absența defectelor de dimensiuni subcritice, care pot crește în timpul serviciului, ca urmare a oboselii sau coroziunii.

c. Cînd structura este realizată din plăci de grosimi mari avînd configurații geometrice simple, dimensiunea defectului poate fi determinată prin calcul, dacă materialul se află în stare plană de deformație, iar raportul $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}$ este cuprins între 0,8 și 2. În acest caz, defectele au dimensiuni suficient de mari pentru ca inspecția nedistructivă să poată da rezultate demne de încredere, a căror siguranță este cu atît mai mare cu cît raportul $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}$ este mai mare.

d. La structurile complexe, avînd o importanță deosebită, evitarea ruperii fragile se asigură mult mai bine dacă, drept parametru caracteristic al materialului, se alege tenacitatea ruperii la starea plană de eforturi unitare. Aceasta presupune că raportul $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}$ este mai mare decît valoarea minimă la care pot fi îndeplinite condițiile stării plane de eforturi unitare, pentru grosimea respectivă a materialului. În această situație, proiectarea nu mai poate folosi princi-

piile mecanicii ruperilor, care sînt bazate pe condițiile stării plane de deformație.

Deci, utilizarea în proiectare, a corelației dintre principiile mecanicii ruperilor și tranziția rezistenței este necesară numai pentru o gamă îngustă de oțeluri. Cu excepția oțelurilor avînd limita de curgere mai mare de 1 350 N/mm^2, normele de proiectare sînt bazate pe utilizarea metalelor ductile.

La o parte însemnată a metalelor de uz ingineresc, rezistența la propagarea ruperii (nefragile), în condițiile stării plane de eforturi unitare, poate avea valori mici sau medii. La aceste materiale, energia absorbită la încercarea de sfîșiere este mică iar ruperile pe care le dau în serviciu nu sînt nici fragile, nici ductile. Acest tip de rupere a fost denumit rupere intermediară sau semiductilă. Extensia ruperii în stare semiductilă, la valori mici ale energiei de sfîșiere, este influențată de tipul construcției și de nivelul solicitării. Structurile rigide au o capacitate limitată de a elibera energia elastică de deformație și, de aceea, extensia ruperii se produce numai dacă materialul utilizat este fragil. Dimpotrivă, structurile elastice au particularitatea unei valori ridicate a energiei totale, care de obicei este suficientă pentru a produce extensia ruperii chiar și la metalele relativ ductile.

Materialele de uz general care dau ruperi semiductile sînt oțelurile de medie rezistență iar uneori — în cazul prezenței unor defecte exagerate de laminare sau forjare — și oțelurile de mică rezistență. Se precizează că, în general, la acestea din urmă, spre deosebire de primele, rezistența la sfîșiere are o valoare ridicată.

La oțelurile de medie rezistență este greșită presupunerea că, limitînd temperaturile de utilizare la valorile superioare celei la care are loc tranziția fragil-ductilă a ruperii, se obține o siguranță deplină de funcționare. La aceste materiale cercetarea ruperii trebuie orientată în direcția caracterizării factorilor de care depinde extensia ruperii. În acest sens se precizează că prin extensia fisurii se înțelege ruperea la care ascuțimea vîrfului fisurii rămîne nemodificată și că raza de racordare a acestuia este o caracteristică a tipului de rupere: la ruperile fragile este practic nulă, iar la cele semiductile are valori apreciabile. Deoarece s-a constatat că extensia ruperii, în cazul fisurilor neascuțite, este mai bine descrisă de extensia sfîșierii, în mod frecvent se consideră că ruperea fragilă este de tipul „extensia fisurii" iar cea ductilă sau semiductilă de tipul „extensia sfîșierii".

6.4.3. Curbele R

Studiul forței critice de extensie a fisurii a condus la concluzia că, la metale, rezistența la extensia ruperii este funcție de acea fracțiune a parametrului $\mathcal{G}_c$ care reprezintă energia consumată pentru crearea zonei deformate plastic. Modul de variație cu lungimea de extensie al parametrului $\mathcal{G}$ depinde de conduita ruperii. La materialele fragile, parametrul $\mathcal{G}$ nu variază cu extensia ruperii în timp ce la cele ductile acesta crește odată cu lungimea fisurii. Curbele de variație, în funcție de extensia ruperii, ale forței $\mathcal{G}$ se numesc curbele rezistenței sau curbele R. La materialele fragile, aceste curbe sînt aproape paralele cu axa absciselor, pe cînd la cele ductile sînt monoton crescătoare. Panta curbei R este proporțională cu valoarea razei de racordare a vîrfului fisurii aflată în curs de propagare care, la rîndul ei, este determinată de dimensiunea zonei plastice.

Deoarece rezistența la extensia fisurii este o măsură a energiei absorbite de rupere, încercările bazate pe măsurarea energiei sînt cele mai potrivite pentru determinarea ei. O metodă practică de trasare a curbelor R este cea care utilizează ajustarea configurației epruvetelor DT. Aceasta, întrucît încercarea DT are particularitatea de a putea fi folosită la măsurarea tenacității ruperii atît în condițiile stării plane de deformație, cît și în condițiile stării plane de eforturi unitare.

Ca și forța $\mathcal{G}$, energia absorbită pe unitatea de suprafață de rupere $\frac{K_{DT}}{A}$, la încercarea DT, variază atît în funcție de raza de racordare a vîrfului fisurii, cît și de extensia ruperii. Panta curbelor R poate caracteriza modul de comportare la rupere al materialului. De exemplu, în cazul curbelor puternic ascendente, sfîșierea începe cînd eforturile unitare aplicate depășesc limita de curgere și continuă să se extindă numai dacă acestea cresc.

Panta curbei R se determină folosind epruvete cu două configurații de rupere diferite, care corespund respectiv stării plane de eforturi unitare și stării plane de deformație. Ruperea în stare plană de eforturi unitare se obține la epruvetele DT standard, iar cea în stare plană de deformație, la epruvetele a căror lungime de rupere a fost modificată. Panta se definește ca raportul dintre diferența energiilor absorbite pe unitatea de suprafață de rupere și diferența extensiilor ruperilor, la cele două tipuri de epruvete.

În fig. 6.18 se arată alura curbelor R pentru trei tipuri de oțeluri: fragile, semiductile și foarte ductile. Se observă că valorile raportului $\frac{K_{DT}}{A}$ sînt cu atît mai diferite, cu cît este mai mare valoarea

extensiei ce caracterizează configurația ruperii. Aceasta înseamnă că pe măsură ce se trece de la ruperea total fragilă la cea total ductilă, rezistența la extensia ruperii este cu atît mai mare cu cît ductilitatea materialului este mai mare.

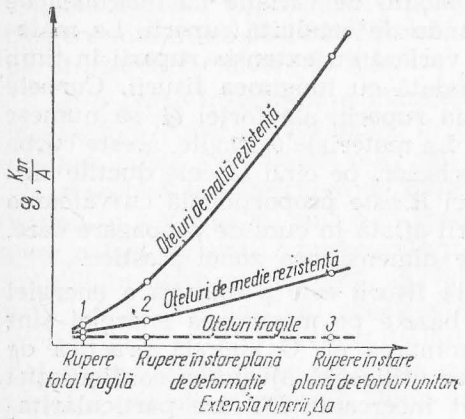


Fig. 6.18

Este interesant de precizat că configurația ruperii la epruvetele Charpy corespunde unor condiții apropiate de cele ale stării plane de deformație. Modificarea aspectului ruperii poate rezulta și din creșterea lungimii traseului ruperii, deși niciodată acest tip de epruvete nu prezintă ruperi total oblice, nici chiar la materialele ductile. Aceleași modificări ale aspectului ruperii apar la încercările DT.

Caracterizarea configurației ruperii poate fi făcută cu ajutorul diagramei de analiză a raportului. Este cunoscut că grosimea secțiunii determină constrîngerea maximă ce poate apare la vîrful fisurii de tip străpuns și că valoarea raportului $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}$ crește cu dimensiunile zonei plastice, semnificînd creșterea ductilității. Deoarece o valoare dată a grosimii înseamnă o constrîngere mecanică determinată, rezultă că limita valorii raportului $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}$ ce poate fi măsurată pe epruvetele DT care au grosimea de 25 mm este 0,63. Deci, valorile energiei DT aflate deasupra liniei ce corespunde acestui raport indică creșterea rezistenței la ruperea plastică. Pentru a ilustra corelația dintre curbele R și diagrama de analiză a raportului în fig. 6.19 este arătat modul în care se modifică alura acestor curbe odată cu creșterea raportului $\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}$:

În marea majoritate a cazurilor practice nu este nevoie să se cunoască cu exactitate forma curbelor R; este suficient să se determine numai panta acestora, folosind două puncte care se pot determina cu ajutorul încercării DT efectuate pe epruvete standard și pe epruvete cu stare plană de deformație.

O analiză mai comodă a curbelor R se poate face dacă acestea sînt reprezentate în coordonate logaritmice, deoarece se transformă în drepte (fig. 6.20) ale căror pante sînt cuprinse între 1,85 și 2,0. Dacă se notează cu m panta, ecuația dreptelor este

$$K_{DT} = R_p(\Delta a)^m f(B), \qquad (6.24)$$

unde R_p este o constantă ce definește poziția curbei în lungul axei

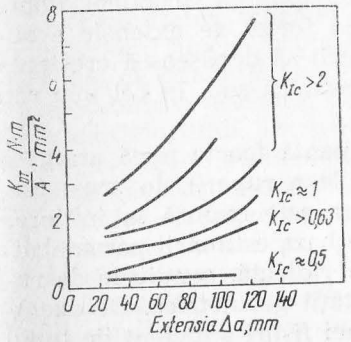


Fig. 6.19

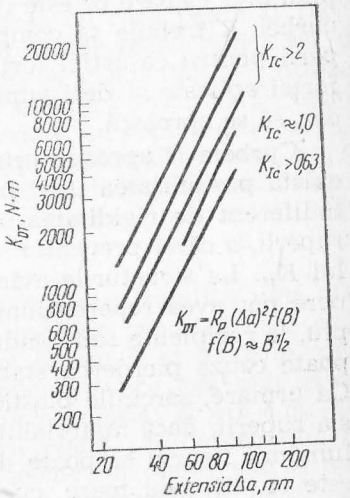


Fig. 6.20

verticale iar $f(B)$ este o funcție de grosimea B a epruvetei, a cărei expresie aproximativă este $f(B) \approx \sqrt{B}$.

Deci, curbele R pot fi exprimate, pentru orice grosime a materialului, folosind o singură dimensiune de epruvetă.

Faptul că curbele R sînt monoton crescătoare nu trebuie să ducă la concluzia că rezistența la extensia ruperii crește indefinit cu valoarea extensiei. O asemenea concluzie este greșită întrucît studiul a fost efectuat exclusiv numai pentru modurile de tranziție cuprinse între ruperea fragilă și starea plană de eforturi unitare.

Panta curbelor R are o semnificație inginerească deosebită, deoarece constituie o indicație utilă pentru alegerea criteriului optim de proiectare: limita de curgere sau tenacitatea ruperii la starea plană de deformație, deși acesta nu depinde numai de natura ruperii materialului ci și de particularitățile structurii ce urmează a fi calculată.

Panta curbelor R determină atît rezistența pe care o poate opune materialul la inițierea ruperii, cît și rezistența acestuia la propagarea continuă a ruperii. Valorile acestor rezistențe cresc odată cu panta. Pentru scopuri practice ele nu trebuie definite independent, deoarece datorită caracterului ascendent al curbelor R, prevenirea ruperii extensive este determinată de primul stadiu al acesteia. În procesul ruperii, forța de extensie crește odată cu lungimea ruperii pînă la o valoare ce este determinată de complianța structurii. Panta curbei R trebuie să compenseze creșterea forței de extensie a ruperii pentru ca astfel forța necesară ruperii să depășească creșterea forței aplicate și deci ruperea să nu se producă sau, în cel mai rău caz, să se oprească.

Curbele R aproape orizontale sau cu pantă foarte mică arată că există posibilitatea unei propagări instabile a ruperii. În acest caz, indiferent de rigiditatea structurii, aceasta este expusă la inițierea ruperii, a cărei prevenire se poate face pe baza estimării parametrului K_{Ic}. La structurile avînd o complianță ridicată, condițiile de rupere pot avea repercusiuni asupra stabilității geometrice. De exemplu, la recipiente sau conducte apariția unei fisuri suficient de lungi poate cauza pierderea stabilității locale a peretelui în zona fisurii. Ca urmare, sarcinile plastice de la vîrfurile fisurii pot cauza extensia ruperii, dacă materialul este ductil. Valoarea extensiei (creșterea lungimii fisurii) se poate determina cu ajutorul curbelor R; aceasta este cu atît mai mare, cu cît panta curbei este mai mare. La conductele de gaz, unde depresurizarea bruscă produce eforturi unitare suplimentare care contribuie la întreținerea propagării ruperii, dezideratul major al proiectării este reducerea vitezei de extensie a ruperii. În acest scop este necesar ca panta curbei R să fie suficient de mare. Valoarea minimă a acesteia corespunde opririi ruperii și este funcție de diametrul conductei și de presiune. Se poate determina experimental folosind epruvete DT de aceeași grosime cu peretele conductei.

Curbele R pot fi utilizate la împărțirea diagramei de analiză a raportului în zone în funcție de tipul structurii. Astfel, regiunile inferioare ale acesteia corespund structurilor relativ rigide, iar zonele superioare celor cu mare compliantă.

O particularitate importantă a curbelor R și a diagramelor de analiză a raportului și a ruperii, este aceea că se pretează la utilizarea metodelor de proiectare bazate pe întrebuințarea tehnicii electronice de calcul.

6.5. Restricții și precauții

Din lucrările de specialitate consacrate studierii diferitelor aspecte ale mecanicii ruperilor se desprind puține informații care pot sta la baza formulării restricțiilor și precauțiilor care trebuie avute în vedere atunci cînd principiile și metodele acestei discipline sînt utilizate în aplicațiile inginerești. Totuși, s-a stabilit că în aproape toate situațiile trebuie avute în vedere următoarele aspecte:

Exactitatea schemei de calcul. Precizia cu care poate fi făcută prognoza ruperii brutale, folosind ecuațiile mecanicii ruperilor, depinde de exactitatea cu care relațiile teoriei elasticității — utilizate la stabilirea acestora, descriu starea de eforturi unitare din vecinătatea defectului. Întrucît erorile cresc odată cu complexitatea stării de eforturi și cu inexactitatea aproximațiilor simplificatoare, pentru determinarea tenacității ruperii trebuie utilizate numai acele metode analitice și experimentale care asigură obținerea unor relații, între tenacitate, sarcinile aplicate și geometria epruvetei, cu un înalt grad de acuratețe.

Tenacitatea ruperii. Comportarea ductilă sau fragilă a unei piese, în condiții de lucru date, este determinată de raportul care există între valorile efective ale parametrilor K sau δ și valorile critice ale acestora. Pentru domeniul solicitărilor elastice mărimile K și δ sînt echivalente, acestea fiind legate prin relația: $K^2 = E\,\delta\,\sigma_c$. Cînd condițiile de solicitare corespund stării plane de deformație, factorul critic K_{Ic} este independent de geometria piesei sau a epruvetei, fiind o caracteristică intrinsecă a materialului care, după determinarea în laborator, poate fi folosită în proiectare. Pentru materialele la care valoarea parametrului K_{Ic} nu este cunoscută, o evaluare acceptabilă a acesteia poate fi făcută cu ajutorul fig. 6.21, în funcție de limita de curgere [97]. Cele două curbe din figură au fost trasate pentru valorile minime ale rapoartelor $\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2$ și $\frac{K_{Ic}^2}{E\sigma_c}$. De asemenea, s-a presupus că pentru rapoarte $\frac{\sigma_c}{E} < 0{,}006$, raportul $\frac{K_{Ic}^2}{E\sigma_c}$ rămîne constant la valoarea $\delta_c = 0{,}25$ mm.

Intensitatea solicitării. Acuratețea cu care ecuațiile mecanicii ruperilor descriu sistemul real de defecte depinde, în parte, și de dimensiunile zonei plastice care apare la vîrful fisurii, înainte de rupere; raza acestei zone este de același ordin de mărime cu raza de curbură a vîrfului fisurii și crește direct proporțional cu raportul dintre efortul unitar aplicat și limita de curgere. Acest raport

determină modul de comportare elastic sau elasto-plastic al materialului, care este hotărîtor pentru alegerea relațiilor de calcul. Astfel:

a) cînd eforturile unitare aplicate sînt mici în comparație cu limita de curgere, ecuațiile teoriei liniar-elastice a mecanicii ruperilor sînt aplicabile iar prognoza ruperii este foarte exactă;

b) cînd eforturile unitare maxime sînt de același ordin de mărime cu limita de curgere, ecuațiile teoriei liniar-elastice pot fi corectate prin estimarea dimensiunilor zonei plastice;

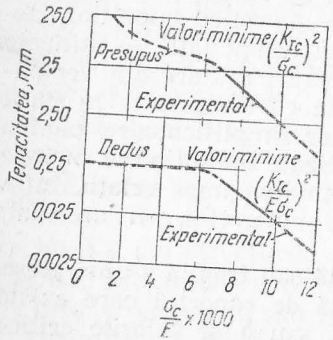


Fig. 6.21

c) dacă eforturile unitare maxime sînt egale sau mai mari decît limita de curgere a materialului, zonele plastice sînt foarte întinse iar regiunile solicitate elastic sînt reduse sau pot chiar lipsi: în această situație, studiul ruperii poate fi făcut numai pe baza conceptului *COD*, ținînd seama că deplasarea de deschidere a fisurii are două componente, una elastică și una plastică, valoarea ultimei, în raport cu prima, fiind cu atît mai mare cu cît dimensiunile zonei plastice sînt mai mari.

Starea defectului. Ruperile brutale se produc numai în prezența unor defecte suficient de mari care, reducînd capacitatea de comportare ductilă a materialului din secțiunea periculoasă, coboară valoarea rezistenței de rupere, aducînd-o la nivelul eforturilor unitare locale maxime din această secțiune. Deși trebuie luate măsuri pentru limitarea micilor creșteri ale fisurii, acestea nu sînt periculoase dacă dimensiunile maxime admise ale defectelor au valori mult mai mici decît dimensiunile critice. Fisurile pot declanșa ruperea brutală numai dacă îndeplinesc următoarele condițiuni:

a. Fisurile trebuie să fie destul de mari pentru a putea produce o concentrare locală suficientă a eforturilor unitare. În prezența unor defecte mici, de obicei piesele nu se rup fragil iar utilizarea tenacității ruperii pentru starea plană de deformație conduce la supraestimarea rezistenței de rupere. De asemenea, se subliniază că imprecizia măsurării dimensiunilor defectelor — care crește odată cu micșorarea acestora, constituie principala cauză a erorilor în problemele de mecanica ruperilor.

b. Defectele trebuie să fie suficient de ascuțite pentru a putea cauza o ridicare considerabilă a valorilor eforturilor unitare, în regiunea vîrfului fisurii. În cazul epruvetelor, fisurile sau crestăturile

insuficient de ascuțite nu pot asigura condițiile stării plane de deformație, care se dorește a se realiza ori de cîte ori se determină tenacitatea ruperii. La elementele de construcții cu defecte insuficient de ascuțite, rezistența reală de rupere este mai mare decît cea calculată folosind tenacitatea ruperii de la starea plană de deformație.

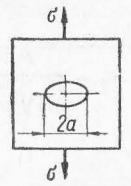
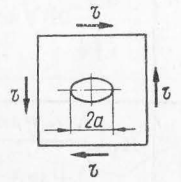
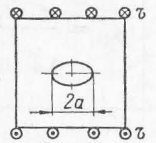
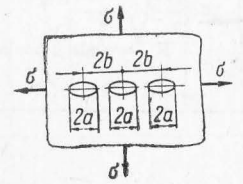
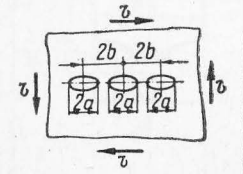
c. Numărul de defecte nu are nici o importanță dacă acestea sînt suficient de depărtate unele de altele pentru a nu se influența reciproc. În caz contrar, relațiile obținute în ipoteza existenței unui singur defect devin inaplicabile. Pentru aplicațiile practice se poate presupune că mai multe defecte apropiate, care se influențează reciproc, formează un singur defect de dimensiuni mari.

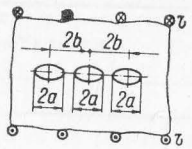
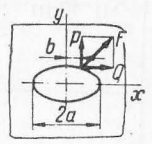
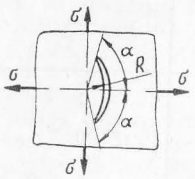
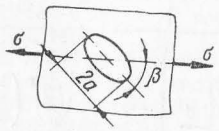
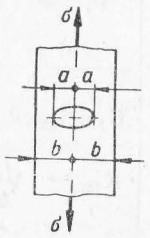
Materialul. Nu se poate face o corespondență corectă între tenacitatea ruperii unei epruvete și cea a unei piese reale dacă ambele nu sînt executate din același material. De aceea, atunci cînd se determină experimental parametrul K_{Ic}, epruvetele trebuie astfel prelucrate și pregătite încît proprietățile materialului să fie cît mai puțin modificate. În cazul în care fisura este creată prin oboseală, înrăutățirea proprietăților materialului trebuie să corespundă celei anticipate pentru condițiile de serviciu ale piesei. În condiții normale, valoarea tenacității K_{Ic} nu variază de la o epruvetă la alta cu mai mult de $\pm 5\%$. Deci, mecanica ruperilor furnizează metode de apărare contra ruperilor brutale [101], [102], mult mai economice și mai sigure decît cea a coeficientului de periculozitate, [124]. În afară de aceasta, mecanica ruperilor poate constitui un instrument de cercetare deosebit de eficace în studierea unor fenomene cum sînt fluajul sau oboseala [66].

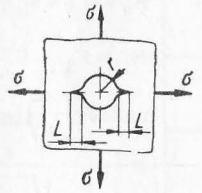
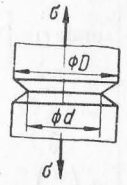
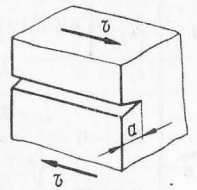
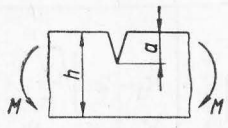
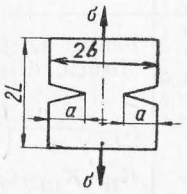
Mediul ambiant. Încercările pentru determinarea tenacității ruperii trebuie făcute în același mediu ambiant cu cel al piesei. Dacă ambele medii sînt inofensive, comportarea ruperii poate fi considerată ca fiind asemănătoare chiar dacă nu este identică din punctul de vedere al fazelor sau al constituenților prezenți.

Modul de aplicare a sarcinilor. Dacă temporar construcția este solicitată la șoc, utilizarea tenacității ruperii de la starea plană de deformație pentru calculul rezistenței de rupere poate conduce la o supraestimare eronată a acesteia, deoarece valoarea parametrului K_{Ic} scade cu creșterea vitezei de încărcare [61]. De asemenea, cînd calculul se face pe baza dimensiunilor inițiale ale defectului, tenacitatea ruperii sub sarcini statice poate diferi de la solicitarea de scurtă durată la cea de lungă durată, din cauza micilor creșteri ale defectelor produse, înainte de rupere, de solicitarea de lungă durată. Acest efect este amplificat la unele materiale, în prezența unor condiții favorabile de mediu ambiant.

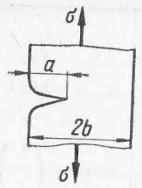
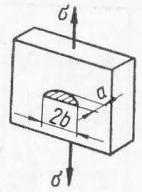
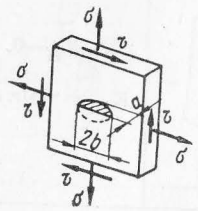
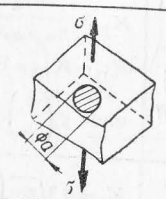
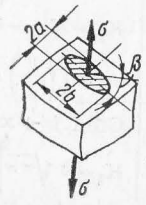
Expresiile factorului de intensitate a eforturilor unitare pentru diferite tipuri de fisuri şi moduri de solicitare

Cazul	Denumirea	Schema	Expresia factorului de intensitate
0	1	2	3
1	Fisură eliptică într-o placă infinită solicitată la întindere monoaxială sau la forfecare pură		$K_I=\sigma\sqrt{\pi a}$ $K_{II}=K_{III}=0$
			$K_{II}=\tau\sqrt{\pi a}$ $K_I=K_{III}=0$
			$K_I=K_{II}=0$ $K_{III}=\tau\sqrt{\pi a}$
2	Distribuţie periodică de fisuri eliptice într-o placă infinită solicitată la întindere monoaxială sau la forfecare pură (Dacă $b \gg a$ se regăseşte cazul 1)		$K_I=\sigma\sqrt{\pi a}\left(\frac{2b}{\pi a}\operatorname{tg}\frac{\pi a}{2b}\right)^{1/2}$ $K_{II}=K_{III}=0$
			$K_I=K_{II}=0$ $K_{III}=\tau\sqrt{\pi a}\left(\frac{2b}{\pi a}\operatorname{tg}\frac{\pi a}{2b}\right)^{1/2}$

0	1	2	3
			$K_I = K_{II} = 0$ $K_{III} = \tau\sqrt{\pi a}\left(\frac{2b}{\pi a}\operatorname{tg}\frac{\pi a}{2b}\right)^{1/2}$
3	Forță concentrată aplicată pe suprafața unei fisuri eliptice aflată într-o placă infinită de grosime B		$K_I = \frac{P}{2B\sqrt{\pi a}}\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^{1/2} + \frac{Q}{2B\sqrt{\pi a}}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^{1/2}$ $K_{II} = \frac{-P}{2B\sqrt{\pi a}}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^{1/2} + \frac{Q}{2B\sqrt{\pi a}}\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^{1/2}$
4	Fisură curbată într-un cîmp de tensiuni biaxiale egale		$K_I = \frac{\sigma(\pi R)^{1/2}}{1+\sin^2\frac{\alpha}{2}}\left[\frac{\sin\alpha\cdot(1+\cos\alpha)}{2}\right]^{1/2}$ $K_{II} = \frac{\sigma(\pi R)^{1/2}}{1+\sin^2\frac{\alpha}{2}}\left[\frac{\sin\alpha\cdot(1-\cos\alpha)}{2}\right]^{1/2}$
5	Fisură eliptică înclinată într-o placă infinită solicitată la întindere monoaxială		$K_I = \sigma\sin^2\beta\sqrt{\pi a}$ $K_{II} = \sigma\sin\beta\cos\beta\sqrt{\pi a}$
6	Fisură eliptică centrală într-o placă de lățime finită solicitată la întindere monoaxială		$K_I = \sigma\sqrt{\pi a}\cdot f(\lambda)$, unde $\lambda = \frac{a}{b}$, iar $f(\lambda)$ este dată în tabelul I/1

0	1	2	3
7	Fisură pornind dintr-o gaură într-o placă infinită solicitată la întindere monoaxială sau biaxială		$K_I = \sigma\sqrt{\pi L}\cdot\frac{L}{r}$, unde $f\left(\frac{L}{r}\right)$ este dată în tabelul I/2
8	Bară rotundă sub tensiune avînd o fisură circulară		$K_I = \sigma_{ef}\sqrt{\pi D}\cdot f\left(\frac{d}{D}\right)$ $K_{II} = K_{III} = 0$, unde $f\left(\frac{d}{D}\right)$ este dată în tabelul I/3
9	Fisură laterală într-un volum semiinfinit solicitată la forfecare		$K_I = K_{II} = 0$, $K_{III} = \tau\sqrt{\pi a}$
10	Bară cu crestătură în V solicitată la încovoiere		$K_I = \frac{6M}{(h-a)^{3/2}}\,g\left(\frac{a}{h}\right)$ $K_{II} = K_{III} = 0$, unde $g\left(\frac{a}{h}\right)$ este dată în tabelul I/4
11	Epruvetă cu două crestături în V așezate lateral, solicitată la întindere monoaxială		$K_I = \sigma\sqrt{\pi a}\left(\frac{2b}{\pi a}\operatorname{tg}\frac{\pi a}{2b}\right)^{1/2}\cdot f\left(\frac{a}{b}\right)$ $K_{II} = K_{III} = 0$, unde $f\left(\frac{a}{b}\right)$ este dată în tabelul I/5 Cînd $L\to\infty$, $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}\left[\frac{2b}{\pi a}\left(\operatorname{tg}\frac{\pi a}{2b} + 0{,}1\sin\frac{\pi a}{b}\right)\right]^{1/2}$

Anexa I (continuare)

0	1	2	3
12	Epruveta cu o singură crestătură în V aşezată lateral, solicitată la întindere monoaxială		$K_I = \sigma\sqrt{\pi a}\cdot F\left(\frac{a}{b}\right)$ $K_{II} = K_{III} = 0,$ unde $F\left(\frac{a}{b}\right)$ este dată în tabelul I/6
13	Fisură semieliptică în suprafaţa unei plăci solicitată la întindere monoaxială		$K_I = 1{,}1\,\sigma\sqrt{\pi\frac{a}{Q}}$, unde $Q = \left[\Phi^2 - 0{,}212\left(\frac{\sigma}{\sigma_e}\right)^2\right]$; $\Phi = \int_0^{\pi/2}\left(1-\frac{b^2-a^2}{b^2}\sin^2\theta\right)^{1/2}\cdot d\theta$ $\Phi\left(\frac{a}{b}\right)$ este dată în tabelul I/7
14	Fisură semieliptică în suprafaţa unei plăci solicitată la întindere şi forfecare		$K_I = \left[1+0{,}12\left(1-\frac{a}{b}\right)\right]\cdot$ $\cdot\frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\Phi}\left(\frac{2B}{\pi a}\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi a}{2B}\right)^{1/2}$ $K_{II} = 0$ $K_{III} = \frac{\tau\sqrt{\pi a}}{\Phi}\left(\frac{2B}{\pi a}\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi a}{2B}\right)^{1/2}$ Φ este dată în tabelul I/7
15	Fisură circulară într-un volum infinit solicitat de o tensiune uniformă		$K_I = 2\sigma\sqrt{\frac{a}{\pi}}$ $K_{II} = K_{III} = 0,$
16	Fisură eliptică într-un volum infinit solicitat de o tensiune uniformă		Pentru un punct de pe marginea fisurii, determinat de unghiul β, $K_I = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\Phi}\left(\sin^2\beta + \frac{a^2}{b^2}\cos 2\beta\right)^{1/4}$ $K_{II} = K_{III} = 0,$ Φ este dată în tabelul I/7

Tabelul I/1

Funcţia f (λ) din cazul 6

λ	f (λ)
0,074	1,00
0,207	1,03
0,275	1,05
0,337	1,09
0,410	1,13
0,466	1,18
0,535	1,25
0,592	1,33

Tabelul I/3

Funcţia $f(d/D)$ din cazul 8

d/D	f (d/D(	d/D	f (d/D)
0	0	0,70	0,240
0,1	0,111	0,75	0,237
0,2	0,155	0,80	0,233
0,3	0,185	0,85	0,225
0,4	0,209	0,90	0,205
0,5	0,227	0,95	0,162
0,6	0,238	0,97	0,130
0,65	0,240	1,00	0

Tabelul I/2

Funcţia $f(L/r)$ din cazul 7

	O fisură		Două fisuri	
	Întindere monoaxială	Întindere biaxială	Întindere monoaxială	Întindere biaxială
L/r	f (L/r)		f (L/r)	
0	3,39	2,26	3,39	2,26
0,1	2,73	1,98	2,73	1,98
0,2	2,30	1,82	2,41	1,83
0,3	2,04	1,67	2,15	1,70
0,4	1,86	1,58	1,96	1,61
0,5	1,73	1,49	1,83	1,57
0,6	1,64	1,42	1,71	1,52
0,8	1,47	1,32	1,58	1,43
1,0	1,37	1,22	1,45	1,38
1,5	1,18	1,06	1,29	1,26
2,0	1,06	1,01	1,21	1,20
3,0	0,94	0,93	1,14	1,13
5,0	0,81	0,81	1,07	1,06
10,0	0,75	0,75	1,03	1,03
∞	0,707	0,707	1,00	1,00

Tabelul I/4

Funcția $g\left(\frac{a}{h}\right)$ din cazul 10

a/h	$g\left(\frac{a}{h}\right)$
0,05	0,36
0,1	0,49
0,2	0,60
0,3	0,66
0,4	0,69
0,5	0,72
0,6	0,73
>0,6	0,73

Tabelul I/5

Funcția $f(a/b)$ din cazul 11

a/b	$f(a/b)$		
	$\frac{L}{b}=1$	$\frac{L}{b}=2$	$\frac{L}{b}=3$
0,1	1,13	1,12	1,12
0,2	1,13	1,11	1,12
0,3	1,14	1,09	1,13
0,4	1,16	1,06	1,14
0,5	1,14	1,02	1,15
0,6	1,10	1,01	1,22
0,7	1,02	1,00	1,34
0,8	1,01	1,00	1,57
0,9	1,00	1,00	2,09

Tabelul I/6

Funcția $F(a/b)$ din cazul 12

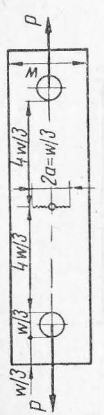
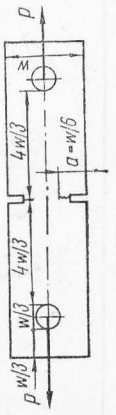
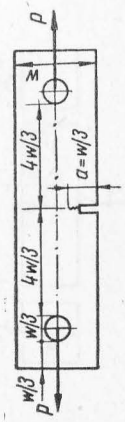
a/b	$F(a/b)$
0,1	1,15
0,2	1,20
0,3	1,29
0,4	1,37
0,5	1,51
0,6	1,68
0,7	1,89
0,8	2,14
0,9	2,46
1,0	2,86

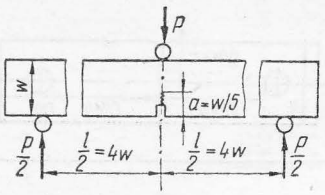
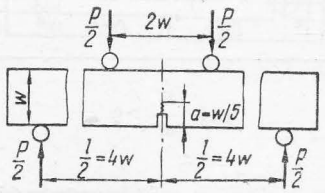
Tabelul I/7

Funcția $\Phi\left(\frac{a}{b}\right)$ din cazurile 13, 14, 16

a/b	$\Phi\left(\frac{a}{b}\right)$
0	1
0,2	1,05
0,4	1,15
0,6	1,28
0,8	1,42
1,0	$\pi/2$

Expresiile factorului de intensitate a eforturilor unitare pentru epruvetele de secțiune dreptunghiulară

Schema epruvetei	Expresia factorului de intensitate a eforturilor unitare
 $5 \leqslant \frac{w}{B} < 10$	$K_I = \frac{P}{B}\cdot\frac{a^{1/2}}{w}\left[1{,}77+0{,}227\left(\frac{2a}{w}\right)-0{,}510\left(\frac{2a}{w}\right)^2+2{,}7\left(\frac{2a}{w}\right)^3\right]$, pentru $\frac{2a}{w}<0{,}7$
 $5 \leqslant \frac{w}{B} < 10$	$K_I = \frac{P}{B}\cdot\frac{a^{1/2}}{w}\left[1{,}98+0{,}36\left(\frac{2a}{w}\right)-2{,}12\left(\frac{2a}{w}\right)^2+3{,}42\left(\frac{2a}{w}\right)^3\right]$, pentru $\frac{2a}{w}<0{,}7$
 $4 \leqslant \frac{w}{B} < 8$	$K_I = \frac{P}{B}\cdot\frac{a^{1/2}}{w}\left[1{,}99-0{,}412\left(\frac{a}{w}\right)+18{,}7\left(\frac{a}{w}\right)^2-38{,}48\left(\frac{a}{w}\right)^3+53{,}85\left(\frac{a}{w}\right)^4\right]$, pentru $\frac{a}{w}<0{,}6$

Schema epruvetei	Expresia factorului de intensitate a eforturilor unitara
 $2<\frac{w}{B}<8$	$K_I=\frac{12P}{B}\cdot\frac{a^{1/2}}{w}\left[1{,}96-2{,}75\left(\frac{a}{w}\right)+13{,}66\left(\frac{a}{w}\right)^2-23{,}98\left(\frac{a}{w}\right)^3+25{,}22\left(\frac{a}{w}\right)^4\right]$, pentru $\frac{a}{w}<0{,}6$
 $2<\frac{w}{B}<8$	$K_I=\frac{9P}{B}\cdot\frac{a^{1/2}}{w}\left[1{,}99-2{,}47\left(\frac{a}{w}\right)+12{,}97\left(\frac{a}{w}\right)^2-23{,}17\left(\frac{a}{w}\right)^3+24{,}80\left(\frac{a}{w}\right)^4\right]$, pentru $\frac{a}{w}<0{,}6$

Observație. Dacă P reprezintă valoarea forței aplicate pentru care se produce ruperea epruvetei, aceste relații dau valoarea critică a factorului de intensitate, adică tenacitatea ruperii la starea plană de deformație K_{Ic}.

VOR APĂREA:

M. Blumenfeld
Calculul barelor cu calculatoare numerice

V. Zubac și *G. Dumitrescu*
Utilaje și linii automate în turnătorii

A. Oprean ș.a.
Acționări hidraulice

C. Zidăroiu
Programarea dinamică discretă